

# Zusammenfassung

Das eindimensionale Zuschnittproblem mit einer minimalen Anzahl von unterschiedlichen Schnittmustern gehört zur Klasse der schwer lösbaren Probleme. Neben der Formulierung als reines gemischt-ganzzahliges nichtlineares Optimierungsproblem werden Lösungen durch exakte Methoden, z. B. Branch & Price oder durch Heuristiken, z. B. Ausschöpfungsmethoden, ermittelt. Der Nachteil dieser Verfahren ist der hohe Implementierungsaufwand.

Alternativ zu diesen Methoden präsentieren wir mehrere neuartige und leicht implementierbare (praxistaugliche) Modellformulierungen und Heuristiken zur Lösung des eindimensionalen Verschnittproblems mit Musterminimierung und exakter Erfüllung der Nachfrage. Im Gegensatz zu den meisten Ansätzen in der Literatur verzichten wir auf die Verwendung von ganzzahligen Variablen und nichtlinearen Termen in der Modellierung oder speziellen Lösungsstrategien wie Column Generation und Branch & Price. Stattdessen verbessern wir die Ergebnisse und die Laufzeit, indem wir - neben der Entwicklung einer performanten Modellformulierung durch die ausschließliche Verwendung von Binärvariablen - problem-spezifische Eigenschaften ausnutzen. Zusätzlich präsentieren wir einen heuristischen Greedy-Algorithmus zur Generierung von Schnittmustern. Dabei werden inkrementell solche Schnittmuster erzeugt, die eine maximale Anzahl von Aufträgen exakt erfüllen. Darüber hinaus stellen wir einen Ansatz zur Partitionierung einer komplexen Probleminstanz vor. Anhand der Nachfragemengen werden zwei abgeleitete Unterinstanzen gebildet, die auf Grundlage einer monolithischen Modellformulierung in der Regel erheblich leichter gelöst werden können.

Die Modelle und Heuristiken wurden in GAMS implementiert und mit GAMS/CPLEX gelöst. Eine breite Referenzmenge von Probleminstanzen aus der Literatur bildet die Basis der numerischen Experimente. Dabei unterscheiden wir zwischen 80 Probleminstanzen aus realen Anwendungen in der Industrie sowie 1980 zufällig generierten (CUTGEN) Instanzen. Durch die Verwendung der monolithischen Modellformulierungen können wir optimale Lösungen für alle Probleminstanzen aus den realen Anwendungen bestimmen. Darunter sind mehrere Instanzen, für die in der Literatur bislang keine Optimallösungen bekannt sind. Die von unserer robustesten Heuristik bestimmten Lösungen werden durchschnittlich in wenigen Sekunden ermittelt und sind dabei im Durchschnitt um nur 13 % schlechter (bzgl. der Anzahl der Schnittmuster) als die Optimallösungen (die Berechnungsgrundlage dieser Bewertung bilden 1060 Optimallösungen, die zuvor unter Nutzung der monolithischen Modellformulierungen - erstmalig in der Literatur - bestimmt werden konnten). Im Vergleich mit den optimalen Lösungen für die Instanzen aus den industriellen Anwendungen sind die heuristischen Lösungen in absoluten Zahlen im Allgemeinen um höchstens ein oder zwei Schnittmuster schlechter (durchschnittlich um 0,8 Schnittmuster).

*Schlagwörter:* Zuschnittproblem, Papierindustrie, exakte Optimierung, heuristische Verfahren, Musterminimierung, Verschnittminimierung

# Abstract

Minimal number-of-pattern solutions of the one-dimensional *cutting stock* problem (which is known to be strongly NP-hard) have - beyond mixed integer nonlinear programming - been solved by exact methods, *e. g.*, Branch & Price, or heuristics like exhaustion methods. Both suffer from high implementation efforts.

Alternatively, we present some novel and easy to implement model formulations and heuristic approaches in order to formulate and solve the one-dimensional cutting stock problem for setup minimization with exact demand fulfilment, being suitable for industrial applications. In particular, we have developed some exact linear models using only binary variables, *i. e.*, in contrast to most approaches in literature we avoid integer variables, non-linear terms and special solution techniques like column generation and Branch & Price. Instead, we improve the performance by exploiting problem-specific properties. In addition, we have developed a Greedy algorithm with iterative pattern generation, where we try to maximize the number of order widths being fulfilled exactly by the currently generated pattern and an approach for splitting the original problem instances into smaller sub-instances based on the demand levels, which are more likely to be solvable by a monolithic formulation.

The models and heuristics have been implemented in **GAMS** and solved with **GAMS/CPLEX**. Our approaches have been tested on a broad range of benchmark instances used in literature, including 80 real-world instances from industrial applications as well as 1980 randomly generated **CUTGEN** instances. By solving the monolithic model formulation, we are able to calculate and prove optimal solutions for all real-world instances. For some of these instances, no optimal solutions have been known so far. The most stable heuristic being proposed provides solutions within seconds on average, being only 13% worse in terms of pattern count compared to the optimal solutions on average (this evaluation is based on 1060 instances being solved to optimality - for the first time in literature - by applying the monolithic model formulations). Compared to the optimal solutions for the instances from the industrial applications, these heuristic solutions are in general at most one or two patterns worse (on average by 0.8 patterns).

*Keywords:* cutting stock problem, paper industry, exact optimization, heuristic algorithms, setup minimization, cutoff reduction, trimloss minimization