

**Hochschule Darmstadt**  
Fachbereich Mathematik und  
Naturwissenschaften & Informatik

**Einführung einer Bodenrichtwertsteuer für  
Immobilien: Eine Agentenbasierte Simulation**

Abschlussarbeit zur Erlangung des akademischen Grades  
Master of Science (M.Sc.)  
im Studiengang Data Science

vorgelegt von  
**Florian Kafka**

Referent : Prof. Dr. Christoph BECKER  
Korreferent : Prof. Dr. Michael MASSOTH

Ausgabedatum : 22. 02. 2022  
Abgabedatum : 08. 07. 2022



# Erklärung

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe.

Soweit ich auf andere Materialien, Texte oder Gedankengänge zurückgegriffen habe, enthalten meine Ausführungen vollständige und eindeutige Verweise auf die Urheber und Quellen. Dies gilt auch für Quellen, die ich selbst für andere Zwecke erstellt habe. Alle weiteren Inhalte der vorgelegten Arbeit stammen von mir im urheberrechtlichen Sinn, soweit keine Verweise und Zitate erfolgen.

Diese Arbeit ist in gleicher oder ähnlicher Form noch bei keiner Prüfung oder Prüfungsbehörde eingereicht worden.

Mir ist bekannt, dass ein Täuschungsversuch vorliegt, wenn die vorstehende Erklärung sich als unrichtig erweist.

---

Ort, Datum

---

Unterschrift

# Zusammenfassung

In einem Urteil hat das Bundesverfassungsgericht im Jahr 2018 die zu diesem Zeitpunkt gültige Version der Grundsteuer als verfassungswidrig eingestuft. [Bun18b] Speziell die Berechnung des Grundsteuerwertes stand in der Kritik der Richter. Daher wurde der Gesetzgeber mit der Überarbeitung dieser Berechnung beauftragt. Hierbei lässt der Bund den Bundesländern die Möglichkeit, eigene Varianten zu entwickeln.

Baden-Württemberg hat den Grundsteuerwert als Produkt aus der Lage des Grundstücks (Bodenrichtwert) mit der Größe des Grundstücks definiert[Min20]. Damit greift das Land einen Vorschlag des Ökonomen Dirk Löhr auf[Lö08]. Diese Art der Steuer nennt sich „Bodenrichtwertsteuer“. Löhr hat diesen Vorschlag in verschiedenen Interviews erläutert [Gro21][Hei20]. Er betont hierbei, dass unter- bzw. ungenutzte Grundstücke genauso besteuert werden wie optimal genutzte. Dies würde dann eine bessere Nutzung der Grundstücke fördern. Da diese Steuer auch schwieriger auf den Mieter umzulagern sei, zahlt hier der Vermieter, also der Investor.

Die Idee dieser Steuer ist neu. Somit ist das Ziel dieser Arbeit, den Einfluss der Bodenrichtwertsteuer auf den Immobilienmarkt, speziell aber auf die Investoren, zu bewerten. Für die Untersuchung wird das Modell von *Farmer et al*[BFH<sup>+</sup>16] genutzt. Diese haben den britischen Immobilienmarkt in einen Modell abgebildet und dieses implementiert [CT20].

Das Modell wird erweitert, indem die Hausbesitzer in jeden Simulationsschritt einen Betrag zahlen müssen. Dieser Betrag wird wie in der Umsetzung von Baden Württemberg berechnet. Eine Untersuchung und Bewertung des Einflusses einer Bodenrichtsteuer ist damit möglich.

# Abstract

In a verdict in 2018, the Bundesverfassungsgericht ruled that the version of the Grundsteuer in force at that time was unconstitutional. [Bun18b] Especially the calculation of the Grundsteuerwert was criticized by the judges. Therefore, the legislature was tasked with revising this calculation. In doing so, the federal government leaves the federal states the option of developing their own variants. Baden-Württemberg has defined the Grundsteuerwert as the product of the location of the property (Bodenrichtwert) with the size of the property [Min20]. In doing so, the state is taking up a proposal by economist Dirk Löhr [Lö08]. This type of tax is called „Bodenrichtwertsteuer“. Löhr has explained this proposal in various interviews [Gro21][Hei20]. Here he emphasizes that underused or unused land would be taxed in the same way as optimally used land. This would then encourage better use of the land. Since this tax would also be more difficult to shift to the tenant, the landlord, i.e., the investor, pays here.

The idea of this tax is new. Thus, the aim of this paper is to evaluate the impact of the standard land value tax on the real estate market, but specifically on investors. The model of *Farmer et al* [BFH<sup>+</sup>16] is used for the study. They have mapped the UK housing market into a model and implemented it [CT20].[CT20]. The model is extended by requiring homeowners to pay an amount into each simulation step. This amount is calculated as in the implementation of Baden Württemberg. An investigation and evaluation of the influence of a ground-right tax is thus possible.

# Inhaltsverzeichnis

<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>8</b>
<b>1. Einleitung</b>	<b>9</b>
<b>2. Agenten Basierte Simulation</b>	<b>11</b>
2.1. Einführung in Agenten Basierte Simulation . . . . .	11
2.1.1. Konzept der Agenten Basierte Simulation . . . . .	11
2.1.2. Beispiel: Räuber-Beute-Beziehung mittels Differenti- algleichungen . . . . .	12
2.1.3. Beispiel: Räuber-Beute-Beziehung mittels Agenten Ba- sierte Simulation . . . . .	12
2.2. Theoretischer Hintergrund . . . . .	14
2.2.1. Markov-Ketten . . . . .	14
2.2.2. Formale Beschreibung ABS als Markov-Kette . . . . .	17
2.2.3. Konvergenz von ABS . . . . .	19
<b>3. Literaturüberblick</b>	<b>22</b>
<b>4. Modell</b>	<b>26</b>
4.1. Originalmodell . . . . .	26
4.1.1. Haushalte . . . . .	27
4.1.2. Finanzsektor . . . . .	29
4.1.3. Simulationsablauf . . . . .	29

4.2. Einführung einer Bodenrichtwertsteuer . . . . .	32
4.2.1. Einführung benötigter Parameter . . . . .	32
4.2.2. Entwicklung eines angepassten Bietverfahrens . . . . .	33
<b>5. Validierung</b>	<b>37</b>
<b>6. Empirische Ergebnisse</b>	<b>40</b>
6.1. Grundsätzliches zur Prüfung der Signifikanz . . . . .	41
6.2. Untersuchung der Transaktionen . . . . .	43
6.2.1. Transaktionen auf den Kaufmarkt . . . . .	44
6.2.2. Transaktionen auf den Mietmarkt . . . . .	47
6.3. Untersuchung der Metadaten der Investoren . . . . .	50
6.3.1. Untersuchung des Bankguthabens . . . . .	51
6.3.2. Untersuchung des Immobilienvermögens . . . . .	53
6.3.3. Untersuchung der Anzahl der Immobilien je Investor	55
6.3.4. Zusammenfassung der Analyseergebnisse der Metadaten	57
6.4. Zusammenfassung der empirischen Ergebnisse . . . . .	58
<b>7. Optimierung der Simulation</b>	<b>60</b>
<b>8. Diskussion und Zusammenfassung</b>	<b>62</b>
8.1. Diskussion . . . . .	62
8.2. Zusammenfassung . . . . .	65
<b>A. Simulationsergebnisse</b>	<b>66</b>
A.1. Transaktionsdaten . . . . .	66
A.1.1. Kaufpreis der Immobilien . . . . .	66
A.1.2. Mietpreis der Immobilien . . . . .	73
A.2. Validierung der Ergebnisse . . . . .	80
<b>B. Grundsteuer in Deutschland</b>	<b>84</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>87</b>

# Abbildungsverzeichnis

2.1. Abbildung eines stochastischen Prozesses . . . . .	15
3.1. Schematische Darstellung Agent . . . . .	23
4.1. Modell aus dem Paper . . . . .	31
5.1. Mittelwert des Kaufpreises für die Hausqualität 99 . . . . .	39
6.1. schematisches Vorgehen zum Vergleich der Konfidenzintervalle	42
6.2. lineare Regression des Verkaufspreis . . . . .	45
6.3. Vergleich der Konfidenzintervalle für die Verkaufsdaten . . .	46
6.4. Vergleich der Anzahl der Verkäufe je Qualität . . . . .	47
6.5. lineare Regression des Mietpreises . . . . .	48
6.6. Vergleich der Konfidenzintervalle für die Mietdaten . . . . .	49
6.7. Vergleich der mittleren Kontostände zum Alter in den ver- schiedenen Hebesätzen . . . . .	51
6.8. Vergleich des mittleren Kontostandes mit dem Alter: quadra- tische Regression inklusive Konfidenzintervall . . . . .	52
6.9. Vergleich des Alters mit den Immobilienvermögen . . . . .	54
6.10. Vergleich des Immobilienvermögens mit dem Alter: kubische Regression inklusive Konfidenzintervall . . . . .	55
6.11. Untersuchung der mittleren Anzahl der Häuser pro Investor	56
6.12. Vergleich der Anzahl der Häuser im Besitz: negative binomi- nale Regression inklusive der Konfidenzintervalle . . . . .	57



# 1. Einleitung

In dem Urteil des Bundesverfassungsgerichts wurde die Umsetzung der Grundsteuer als verfassungswidrig eingestuft [Bun18b]. Die Richter bemängelten hier vor allem die Bemessungsgrundlage. Diese sei nicht mit den allgemeinen Gleichheitssatz vereinbar. Die Richter des Bundesverfassungsgericht beauftragten die Bundesregierung, bis zum 31.12.2024 eine Anpassung der Grundsteuer zu erarbeiten.

Die Bundesregierung ist schon tätig geworden und hat einen ersten Vorschlag entwickelt. Hierbei berechnet sich die Grundsteuer, indem der Grundsteuerwert mit der Steuermesszahl und dem Hebesatz multipliziert wird. Dies entspricht im Großen und Ganzen der alten Berechnung. Was sich jedoch ändert ist die Definition des Grundsteuerwerts. Jetzt fließen in die Berechnung des Grundsteuerwerts aus der Lage und Größe des Grundstücks, die Gebäudeart, die Wohnfläche sowie das Baujahr des Gebäudes mit ein[Bun18a]. Die Berechnung dieses Werts ist somit noch immer recht unhandlich und nicht leicht nachvollziehbar.

Die Bundesregierung stellt es den Ländern jedoch frei, eine eigene Version zur Berechnung der Grundsteuer zu erstellen. Baden-Württemberg hat sich daher für eine andere Art der Berechnung des Grundsteuerwertes entschieden. Dieser setzt sich lediglich aus der Grundstücksgröße und der Lage des Grundstückes zusammen. Das entspricht einen Vorschlag des Ökonomen Dirk Löhr [Lö08], der diese Idee im Rahmen seiner Beratungstätigkeit für eine Neuberechnung der Grundsteuer in entwickelt hat.

Löhr gibt an, dass diese Art der Grundsteuer das kompakte Siedeln fördern würde. Dies habe zwei Gründe: Einerseits würden nicht optimal genutzte

## 1. Einleitung

Grundstücke genauso besteuert wie optimal genutzten Grundstücke, zum anderen würden die Eigentümer von Mehrfamilienhäusern entlastet. Zweiteres liege daran, dass das reine Grundstück besteuert wird, unabhängig davon, wie viele Wohnungen auf dem Grundstück vorhanden sind. Haben mehrere Parteien Wohnungen auf einem Grundstück haben, so wird die zu zahlende Steuer durch die Anzahl der Wohnungen auf dem Grundstück geteilt [Hei20][Gro21].

Der Anwalt Klaus-Martin Groth hat das Konzept einer Bodenrichtwertsteuer juristisch geprüft. Er kommt zu dem Schluss, dass die Bodenrichtwertsteuer in der aktuellen Fassung nicht auf den Mieter übertragbar ist.[Gro18]. Diese wird sehr wahrscheinlich auch Einfluss auf den deutschen Immobilienmarkt haben. In einem Artikel von *yahoo finance* wird Deutschland als ein Top Markt für Immobilieninvestoren angesehen [Tot21]. Wenn die Steuer jetzt nicht mehr auf den Mieter übertragbar ist, muss der Investor sie tragen. Das könnte abschreckend wirken und die Investitionsbereitschaft negativ beeinflussen.

In dieser Arbeit sollen die Auswirkungen der baden-württembergischen Bodenrichtwertsteuer auf den Immobilienmarkt und hier vor allem auf die Investitionsbereitschaft mit Hilfe einer Simulation untersucht werden.

Hierfür wird das Modell von *Farmer et al*[BFH<sup>+</sup>16] erweitert. Dieses Modell stellt den britischen Immobilienmarkt mittels verschiedener Marktteilnehmer dar. Diese Marktteilnehmer interagieren miteinander. Aus diesen Grund wird hier keine klassische Simulation angewendet, sondern ein spezielles System, die sogenannte „Agentenbasierte Simulation“.

## 2. Agenten Basierte Simulation

### 2.1. Einführung in Agenten Basierte Simulation

Das Ziel in dieser Arbeit ist die Untersuchung der Auswirkungen einer nach dem badewürttembergischen Vorschlag angepassten Bodenrichtwertsteuer auf den deutschen Immobilienmarkt. Im Fokus ist hier die Interaktionen zwischen den einzelnen Akteuren auf dem Markt und wie sich deren Verhalten verändert. Die Interaktionen zwischen den einzelnen Akteuren ist hierbei zentral. Um diese Interaktion adäquat darstellen zu können, wird eine spezielle Simulationstechnik benutzt, die „Agenten basierte Simulation (ABS)“. Hierbei existieren einzelne Einheiten, auch Agenten genannt. Diese Agenten können basierend auf festgelegten Regeln miteinander interagieren, sowie ihren Zustand verändern.

#### 2.1.1. Konzept der Agenten Basierte Simulation

Bei der Agenten Basierten Simulation (ABS) werden verschiedene Komponenten unabhängig voneinander simuliert. Diese auch **Agenten** genannten Komponenten, treffen auf Basis festgelegter Regeln eigenständige Entscheidungen. Diese Regeln können beliebig komplex sein. Von einer einfachen ja/nein-Entscheidung bis hin zu komplexen Data Mining-Verfahren ist alles möglich. Die Entscheidungsfindung kann auch von anderen Agenten in der Umgebung und deren Zustand abhängig sein. Umgebung ist hierbei ein definierter Raum in der Nähe des betrachteten Agenten.

### 2.1.2. Beispiel: Räuber-Beute-Beziehung mittels Differentialgleichungen

Ein klassisches Beispiel eines Modells ist die Räuber-Beute-Beziehung. Dabei handelt es sich um ein Modell mit zwei unabhängige Komponenten enthält.  $R(t)$  ist die Anzahl zu einem bestimmten Zeitpunkt  $t$  vorhandener Räuber im System und  $B(t)$  die Anzahl zu diesem Zeitpunkt vorhandenen Beute im System. Auf dieser Basis entsteht folgendes System von Differentialgleichungen:

$$\begin{aligned}\dot{B} &= aB - bRB \\ \dot{R} &= cBR - dR\end{aligned}\tag{2.1}$$

In diesem Modell sind die Parameter  $a$ ,  $b$ ,  $c$  und  $d$  alle positiv. Der Parameter  $a$  gibt die Wachstumsrate der Beute an, wenn es keine Räuber gibt. Der Parameter  $d$  gibt die Abnahmerate der Räuber an, wenn es keine Beute mehr gibt. Die Terme  $-bRB$  und  $cBR$  sagen aus, je mehr Beute und Räuber im Modell vorhanden sind, umso höher ist der Massentransfer von Beute zu Räuber. Dieser Transfer enthält einen gewissen Verlust an Masse, sodass  $c \leq b$  ist. [Bac11]

### 2.1.3. Beispiel: Räuber-Beute-Beziehung mittels Agenten Basierte Simulation

Die Räuber-Beute-Beziehung kann auch als mittels einer Agenten Basierte Simulation dargestellt werden. Dafür wird zunächst eine explizite Darstellung des betrachteten Raums benötigt. Dieser Raum kann sowohl diskret -Punktegitter-, als auch kontinuierlich sein. Anschließend werden die Agenten auf dem Raum verteilt.

Einfachheitshalber wird hier von einem zweidimensionalen Gitternetz aus-

## 2.1. Einführung in Agenten Basierte Simulation

gegangen. In dieses werden die Räuber(R) und die Beute(B) verteilt. Jeder Gitterpunkt kann mittels vier mögliche Ausprägungen annehmen: 00(weder Beute noch Räuber) , 0R (nur Räuber), 0B (nur Beute) und RB (sowohl Beute, als auch Räuber). Auf einem Feld können also gleichzeitig sowohl Räuber, als auch Beute sein.

Für ein funktionierendes Modell benötigt das System Regeln. Diese definieren die Zustandsänderungen der Komponenten. Mittels dieser Regeln wird das Systems dynamisch. Für das Räuber-Beute Modell könnten die Regeln folgendermaßen aussehen:

1. Falls eine Beute „nahe“ bei einem Räuber ist verschwindet die Beute mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit  $p_b$ . Anschließend wird ein neuer Räuber geboren und nimmt den Platz der erlegten Beute ein
2. Wenn ein Punkt leer ist so wird mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit  $p_a$  eine Beute an diesen Punkt geboren
3. Falls ein Feld von einem Räuber besetzt ist, so stirbt der Räuber mit der Rate  $d$ . Dadurch wird das Feld leer
4. Beschreibung die zufälligen Bewegungen der beiden Arten

Regel eins beschreibt den Tod der Beute und die Geburt eines neuen Räubers. Hierbei ist der Begriff „Nähe“ vage und muss in dem Modell näher definiert werden. Sie kann hierbei als gleiches, benachbartes Feld oder aber auch beliebig anders definiert werden. Der Tod eines Räubers ist in Regel drei und die Geburt einer neuen Beute in Regel zwei definiert. Die letzte Regel bestimmt die Bewegung von Räuber und Beute im Gitter.

In diesem einfachen Beispiel liefert ein ABS mit den oben definierten Regeln das gleiche Verhalten wie das Modell aus Differentialgleichungen. ABS funktionieren generell besser in Situationen, in denen kleine Schwankungen zu einen komplett anderen Systemzustand führen können.

## 2. Agenten Basierte Simulation

Ein geeigneteres Beispiel hierfür kommt aus der Biologie. Wenn hier beispielsweise eine Zelle bösartig ist, kann sie das gesamte System beeinflussen. Solche Abhängigkeiten sind schwierig mittels Differentialgleichungen darstellbar. Dies liegt daran, dass Systeme von Differentialgleichungen eine akkurate Verfolgung schnell wachsender Instabilitäten aus winzigen Störungen erfordern. [Cas06]

## 2.2. Theoretischer Hintergrund

In Abschnitt 2.1 wurden die ABS und deren Funktionsweisen motiviert. In dieser Arbeit wird ein spezielles Augenmerk auf die Theorie der ABS gelegt. Aus diesem Grund wird im Folgenden eine mathematische Formalisierung dieses Konzeptes hergeleitet.

### 2.2.1. Markov-Ketten

Markov-Ketten sind eine Unterklasse von stochastischen Prozessen (vergleiche hierfür Abbildung 2.1). Um Markov-Ketten zu verstehen, wird somit ein Grundverständnis von stochastischen Prozessen benötigt.

„Ein stochastischer Prozess ist eine Familie von Zufallsvariablen  $(X_t)_{t \in T}$  auf einem Wahrscheinlichkeitsraum  $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$  mit Werten in einer Menge  $S$ “ [San07]. Hierbei ist die Menge  $T$  die sogenannte Indexmenge oder auch Parametermenge. Die Indices  $t \in T$  sind als Zeiten interpretierbar. Es wird unterschieden, ob  $T$  überabzählbar oder abzählbar ist. Falls  $T$  überabzählbar ist entsteht ein (zeit)stetiger Prozess. Ist  $T$  jedoch abzählbar, so ist der Prozess (zeit)diskreter.

Die Menge  $S$  ist der sogenannte Zustandsraum. Wenn es um die Interpretation eines stochastischen Prozesses geht, so ist die Zielvariable  $x_t$  essentiell.

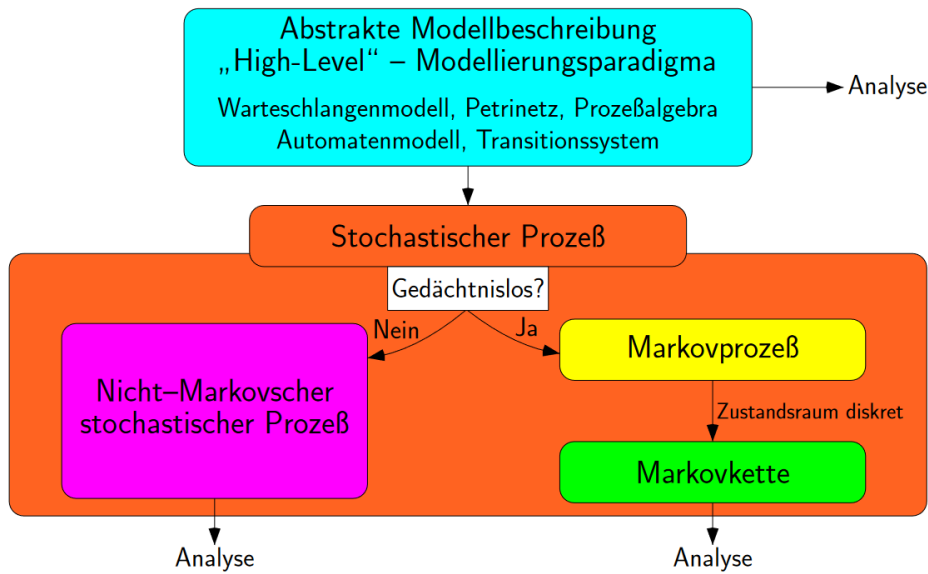


Abbildung 2.1.: Abbildung eines stochastischen Prozesses[San07]

Diese beschreibt den Zustand des Systems. Auch hier wird unterschieden, ob die Menge  $S$  überabzählbaren oder abzählbaren ist. Je nachdem entsteht ein zustandsstetiger Prozess (überabzählbar) oder ein zustandsdiskreter Prozess (abzählbar). Der zustandsdiskrete Prozess wird auch Kette genannt. Diese Art stochastischer Prozesse liegt bei einer Markov-Kette vor. Die Kernaussage einer Markov-Kette lässt sich folgendermaßen zusammenfassen:

$$P(X_{n+1} = i_{n+1} | X_0 = i_0, \dots, X_n = i_n) = P(X_{n+1} = i_{n+1} | X_n = i_n) \quad (2.2)$$

Dies bedeutet, dass die Wahrscheinlichkeit eines Zustandes bei bekannten Vorgänger unabhängig von den vorherigen Zuständen  $n-1, \dots, 0$  ist. Der Prozess kennt nur den aktuellen Zustand und mit diesem kann dann die jeweiligen Wahrscheinlichkeiten berechnet werden. Dieser Zustand wird auch „gedächtnislos“ genannt.

## 2. Agenten Basierte Simulation

Eine zusätzliche Eigenschaft von Markov-Ketten ist die sogenannte *Random Mapping Representation*.

**Definition 2.1 (Random Mapping Representation)** Sei  $P$  eine Übergangsmatrix auf dem Zustandsraum  $S$ . Dann ist die Funktion  $f : S \times \Lambda \rightarrow S$  zusammen mit  $\Lambda$ -wertigen Zufallsvariablen  $Z$  die *Random Mapping Representation*. Dann gilt:

$$P(f(i, Z) = j) = p_{ij}$$

für alle Zustände  $i, j \in S$ . Des Weiteren sei  $Z_1, Z_2, \dots$  eine Folge von Zufallsvariablen. Diese Zufallsvariablen sind genauso verteilt wie  $Z$ .  $X_0$  hat die Verteilung  $\mu$ . Dann ist die Folge  $(X_n)_{n=0}^\infty$  definiert durch

$$X_n := f(X_{n-1}, Z_n) \quad \text{für } n \geq 1$$

eine Markov-Kette mit Übergangsmatrix  $P$  und Anfangsverteilung  $\mu^0$ .

**Satz 2.2** Jede Markov-Kette auf einen endlichen Zustandsraum mit einer Übergangsmatrix  $P$  besitzt eine *Random Mapping Representation*. Diese ist jedoch im Gegensatz zur Übergangsmatrix nicht eindeutig.

Zu jeder *Random Mapping Representation* kann eine Markov-Kette mit der Übergangsmatrix

$$p_{ij} := P(f(i, Z) = j)$$

gefunden werden.

An dieser Stelle wird auf den Beweis verzichtet. Bei Bedarf kann dieser in [Ban18] nachgelesen werden.

In manchen Fällen ist es sinnvoll, die Zustände einer Markov-Kette zusammenzufassen. Dies bewirkt eine Reduktion des Zustandsraum. Da beim



Zusammenlegen mehrerer Zustände nicht zwangsläufig wieder eine Markov-Kette entsteht, müssen die Markov-Eigenschaften erneut überprüft werden. Ein tieferer Einstieg in das Thema ist mit [Ban18] möglich.

### 2.2.2. Formale Beschreibung ABS als Markov-Kette

Die Formulierungen von ABS-Systemen ist aktuell häufig nur textuell gegeben. Im Folgenden wird versucht, eine formale Definition der ABS herzuleiten:

**Definition 2.3** *Sei  $N \in \mathbb{N}$  die Anzahl der Agenten im betrachteten System. Jeder dieser Agenten besitzt bestimmte Eigenschaften. Diese Eigenschaften (auch Attribute genannt) können sowohl quantitative, als auch qualitative Werte enthalten.*

*Jeder Agent besitzt einen Zustand. Dieser wird als  $x_i(n) \in \sigma$  bezeichnet. Somit ist der Gesamtzustand des Modells gegeben durch eine Kombination aller Zustände zum Zeitpunkt  $n$ :  $x(n) = (x_1(n), \dots, x_N(n))$ .*

*Wenn für den Zustand des Systems der Zeitpunkt irrelevant ist, kann diese Schreibweise auch abgekürzt werden:  $x = (x_1, \dots, x_N)$ . Wichtig hierbei ist, das  $x_i$  ein Vektor ist, der die alle Werte der einzelnen Attribute zusammenfasst,  $\sigma$  ist der jeweilige Merkmalsraum eines Agenten und  $|\sigma|$  ist die Anzahl der möglichen Wertausprägungen eines jeden Agent.*

Der Zustand der Agenten ändert sich bei jeden Simulationsschritt. Somit ändert sich auch der Zustand des Systems. Die Aktualisierung der Attribute der Agenten legt die sogenannte Aktualisierungsregel oder auch update rule fest. Mithilfe dieser Regel wird der Zustand des Systems von  $x(n)$  nach  $x(n+1)$  transformiert.

Um ein ABS zu beschreiben müssen zwei verschiedene Markov-Ketten erstellt werden. Die eine befindet sich auf den Konfigurationsraum und be-

## 2. Agenten Basierte Simulation

schreibt die Mikrodynamik, die andere ist auf dem reduzierten Zustandsraum und beschreibt die Makrodynamik.

### **Mikrodynamik: eine Markov-Kette auf den Konfigurationsraum**

Ausgehend von einem Startwert  $x^{(0)} = (x_1(0), \dots, x_N(0))$  wird mit Hilfe der oben beschriebenen Aktualisierungsfunktion eine Simulation durchgeführt. Die so entstandene Dynamik des Modells kann jetzt als Markov-Kette auf dem Raum aller Konfigurationen des Modells angesehen werden. Eine Konfiguration fasst alle vorhandenen Eigenschaften aller Agenten zusammen. Dieser Konfigurationsraum wird als Raum aller Konfigurationen oder auch Konfigurationsraum bezeichnet. Dieser ist gegeben durch

$$\sigma^N =: \Sigma = \{\Sigma_1, \dots, \Sigma_N\}$$

An dieser Stelle wird die Random Mapping Representation (2.1) benötigt. Wenn ein ABS eine Darstellung als Random Mapping Representation besitzt, kann es als Markov-Kette auf den Konfigurationsraum angesehen werden.

### **Makrodynamik: eine Markov-Kette auf den reduzierten Zustandsraum**

Die Simulation von ABS zielt nicht darauf ab, alle Details zu jedem Zeitpunkt zu kennen. Stattdessen ist die Dynamik wichtiger Variablen auf makroskopischer Ebene von Interesse. Um eine Markov-Kette zu bilden werden verschiedene Konstruktionen zu einem neuen Markov-Zustand zusammengefasst. Dies geschieht auf verschiedener Art und Weise, die Bildung der Markov-Ketten unterscheidet sich von Modell zu Modell.

**Definition 2.4** Sei  $Y = (Y_n)_{n=0}^{\infty}$  die gesuchte Markov-Kette auf dem gesuchten Zustandsraum  $\hat{S} = \{1, 2, \dots, l\}$  mit der Übergangsmatrix  $\hat{P}$  (kurz  $(\hat{S}, \hat{P})$ ). Des Weiteren sei  $\Pi$  eine Projektionsabbildung auf den Konfigurati-

onsraum  $\Sigma$ .  $\Pi$  ist hierbei so gewählt, dass die Konfigurationen des Urbilds  $\Pi^{-1}$  eine bestimmte Markov-Eigenschaft teilt.

Der so entstandene stochastische Prozess erfüllt nicht unbedingt die Markov Eigenschaft. Sei  $X = (X_n)_{n=0}^{\infty}$  die Markov-Kette der Mikrodynamik auf den Konfigurationsraum  $\Sigma = \{\Sigma_1, \dots, \Sigma_k\}$  mit  $r$  Konfigurationen,  $\hat{S} = \{1, \dots, l\}$ ,  $r < l$ , der Zustandsraum des projizierten Prozesses mit  $\Pi : \Sigma \rightarrow \hat{S}$  eine Projektionsabbildung. Diese Abbildung legt die Partition  $A = \{A_1, \dots, A_l\}$  fest:

$$A_k := \{\Sigma_j \in \Sigma : \Pi(\Sigma_j) = k\} = \Pi^{-1}(k)$$

Die Mengen  $A$  sind somit Urbildmengen der Projektionsabbildung. Die Makrodynamik des ABS bezüglich der Projektionsabbildung  $\Pi$  wird definiert als den reduzierten stochastischen Prozess  $Y = (Y_n)_{n=0}^{\infty}$  auf dem Zustandsraum  $\hat{S}$  bezüglich der Partition  $A$ . Dies wird auch als „lumpable“ bezeichnet.

Falls die Markov-Kette  $X$  der Mikrodynamik auf  $\Sigma$  bezüglich der Partition  $A$  „lumpable“ ist, so erfüllt der stochastische Prozess  $Y$  die Markoveigenschaften. [Kit16]

### 2.2.3. Konvergenz von ABS

*Chli und de Wilde* haben sich ausgiebig mit der Konvergenz von ABS beschäftigt. [CdW09] Die Autoren erwähnen hier zwei verschiedene Ansätze. Sie entwickeln zwei äquivalente Ansätze, um die Konvergenz eines ABS zu bestimmen. Zum einen konvergiert ein ABS genau dann wenn der Markovprozess gegen eine Grenzverteilung konvergiert.

## 2. Agenten Basierte Simulation

### stationäre Verteilung

**Definition 2.5** Eine Markov-Kette  $X = (X_n)_{n=0}^\infty$  besitzt eine Grenzverteilung  $\pi = [\pi_1, \dots, \pi_n]$  genau dann wenn

$$\pi_j = \lim_{n \rightarrow \infty} P(X_n = j) \quad j \in I$$

**Satz 2.6** Falls eine Grenzverteilung  $\pi = \{\pi_j, j \in I\}$  existiert, gilt

$$\pi_j = \sum_{i \in I} \pi_i p_{ij}(t), \quad j \in I$$

und

$$\sum_{i \in I} \pi_i = 1$$

Dann ist eine Grenzverteilung stationär.

Der Beweis hierfür kann in [WS12] nachgelesen werden.

Somit konvergiert ein ABS, sobald der zugehörige Markovprozess gegen eine Grenzverteilung konvergiert.

Ein anderer Ansatz für die Konvergenz eines ABS enthält das sogenannte „Nash-Gleichgewicht“. Dieses stammt ursprünglich aus der Spieltheorie

### Nash-Gleichgewicht

Das Nash-Gleichgewicht hat seinen Ursprung in der Spieltheorie. Dieses Gleichgewicht wird mittels eines Beispiels motiviert und erklärt. In Tabelle 2.1 sind die Daten eines Spieles abgebildet. Hierbei steht der erste Wert jedes Tupels für den Gewinn des 1. Spieler und der 2. Wert ist der Gewinn des 2. Spielers.

Somit wählt der 2. Spieler seine Strategie entsprechend nach dem, was der 1. Spieler auswählt. So maximiert er seinen Gewinn. Wählt 1. Spieler bei-

## 2.2. Theoretischer Hintergrund

spielsweise die Strategie  $s_{11}$  aus, so wählt der 2. Spieler die Strategie  $s_{23}$  aus. Spieler 1 hat in diesen Fall einen Gewinn von -8, während Spieler 2 einen Gewinn von 8 hat.

	$s_{21}$	$s_{22}$	$s_{23}$
$s_{11}$	(8,-8)	(1,1)	(-8,8)
$s_{12}$	(1,1)	(2,2)	(1,1)
$s_{13}$	(-8,8)	(1,1)	(8,-8)

Tabelle 2.1.: Beispielspiel für das Nash-Gleichgewicht

Ein *Nash-Gleichgewicht* ist eine Strategiekombination, bei der die Strategien der entsprechenden Spieler den erwarteten Nutzen maximiert. Voraussetzung hierfür ist jedoch, dass alle anderen Spieler ihre entsprechenden „Gleichgewichtsstrategien“ spielen.

Wenn wieder das Beispiel in Tabelle 2.1 betrachtet wird, kann hier ein Nash-Gleichgewicht gefunden werden. Die einzige Kombination, bei den beide Spieler ihren Gewinn maximieren ist das Tupel  $(s_{12}, s_{22})$ .

Für ein tieferes Verständnis des Nash-Gleichgewichts und die mathematische Theorie ist das Buch von *Holler et al*[HI05] zu empfehlen. Hier wird das Nash-Gleichgewicht zum einen definiert und als Lösungskonzept motiviert.

Die Konvergenz ist auch in der Praxis ein wichtiger Punkt. Hierbei wird geprüft, ob die alle Größen der Simulation nach einer Zeit  $t$  gegen einen Wert konvergieren. Ist das der Fall, so ist die Simulation konvergiert und stabil[CdW09].

## 3. Literaturüberblick

Das Thema „Agenten Basierte Simulation“ ist aktuell häufig Gegenstand der aktuellen Forschungen. Diese Arbeiten haben einerseits den Schwerpunkt, zu untersuchen, was Agent Based Modeling ist und wie diese funktioniert, andererseits auch den praktischen Einsatz von Art von Simulation.

Was eine Agenten Basierte Simulation generell ist wird bereits in Abschnitt 2.1 beschrieben. Ergänzend dazu wird in diesem Kapitel zum einen die Grundidee des Agent Based Modelings vertieft, zum anderen werden mögliche Anwendungen aufgezeigt.

Im Paper „Tutorial on Agent-Based Modeling and Simulation“ wird eine kurze Einführung in das Thema gegeben[MN05]. Laut den Autoren gibt es für die Definition von Agenten zwei verschiedene Ansätze. Im ersten Ansatz kann ein Agent jede unabhängige Komponente sein. Diese trifft Entscheidungen, die von primitiven Entscheidungsregeln bis hin zu hoch komplexer adaptiver Intelligenz reichen können. Andere Autoren definieren einen Agenten als unabhängige Komponente, die adaptive Entscheidungen trifft. Das bedeutet, dass erst wenn eine Komponente von der Umgebung lernt, diese als Agent betrachtet werden kann. Beide Definitionen haben also eine gewisse Gemeinsamkeit.

Wichtig ist, dass Agenten einzelne Individuen sind, die Merkmale und Regeln besitzen. Diese Merkmale und Regeln bestimmen das Verhalten des Agenten. Jeder Agent lebt in einer Umgebung und interagieren mit anderen Agenten. Für diese Interaktion besitzt der Agent Protokolle, die sein Verhalten bestimmen. Jeder Agent ist zielgerichtet und versucht, diese Ziele zu erreichen. Ein weiteres sehr relevantes Merkmal ist, dass Agenten auto-

nom und selbstbestimmt sind. Außerdem sind sie flexibel und lernfähig. Der Agent kann also im Laufe der Zeit sein Verhalten ändern. Hierfür benötigt der Agent eine Art von Gedächtnis.

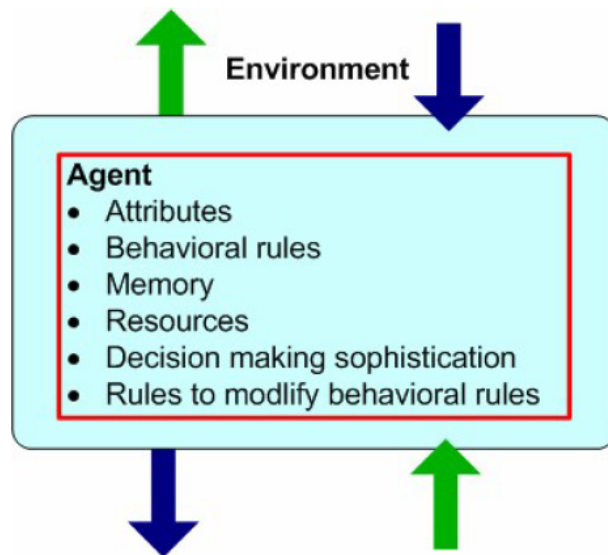


Abbildung 3.1.: Schematische Darstellung Agent[Rei08]

In Abbildung 3.1 ist eine schematische Darstellung eines Agenten dargestellt. Dabei sind die wichtigsten Eigenschaften eines Agenten aufgeführt. Zusammengefasst sind Agenten vielfältig, heterogen und dynamisch in ihren Eigenschaften und Verhaltensregeln. Diese Verhaltensregeln können jedoch in ihrer Komplexität variieren: So können Agenten Entscheidungen treffen. Diese können sowohl einfach (z.B. regelbasiert) sein oder aber mit Hilfe von künstlicher Intelligenz getroffen werden. Diese Art der Simulation hat in der Literatur verschiedene, äquivalente Bezeichnungen. Agent-Based Modeling(ABM), Agent-Based Simulation(ABS), Individual-Based Modeling(IBM) und Agent-Based Modeling and Simulation(ABMS). Aber warum wird ABS überhaupt verwendet? Ein Grund für die Verwendung für die Verwendung von ABS ist, dass die betrachteten Modelle immer komplexer werden. Diese Modelle sind nicht mehr durch klassische

### 3. Literaturüberblick

Modellierung adäquat darstellbar. Teilweise gehen die klassischen Modelle daher von starken Vereinfachungen aus. Wenn beispielsweise Wirtschaftsmärkte modelliert werden sollen, setzen klassische Modelle „einem perfekten Markt“ voraus. Ein ABS hat einen modifizierten, realistischeren Blick auf den Markt.

Des Weiteren werden die Daten immer feingranularer. Somit sind Simulationen auf Mikro-Ebene möglich. Aber der wichtigste Grund ist, dass die heutigen Computer um einiges besser geworden sind und die für ein ABS notwendigen komplexen Berechnungen möglich sind.

Doyne Farmer und Duncan Foley haben in ihrem Meinungsartikel [FF09] im *nature* begründet, dass die Wirtschaft ABS benötigt. Auf diesen Artikel basieren sehr viele Forschungsarbeiten und dabei entstandene Veröffentlichungen. Auf einige davon wird hier noch genauer eingegangen.

Doyne Farmer hat auch an dem Paper *An Agent-Based Model of the Housing Market Bubble in Metropolitan Washington, D.C.* [AFG<sup>+</sup>14] mitgewirkt. In diesem Paper werden mittels eines Agentenbasierten Modells aktuelle Immobilienblasen und ihre Folgen zu simulieren. Dafür werden mittels Daten aus den Wohnungsbestand in Washington, sowie Daten zu den jeweiligen Wohnungsmerkmalen als Eingangsgrößen verwendet. Als Zielgröße werden die Transaktionen in den Jahren zwischen 1997 und 2009 herangezogen. Hierbei handelt es sich um ein agentenbasiertes Verfahren, da jeder Haushalt und auch jede Bank Software-Agenten sind.

Dieses Paper stellt ein mikrofundiertes Modell für den Wohnungsraum vor, dass den jüngsten Boom und den Zusammenbruch qualitativ darstellt. Hierbei enthält das Modell explizite Spezifikationen des Verhaltens der Haushalte. Die Autoren zeigen in dieser Veröffentlichung die Vorteile einer Modellierung des Immobilienmarkts mit einem Multi-Agenten auf. Vor allem seien die historischen Daten gut reproduzierbar. Es ist den Autoren aber durchaus bewusst, dass sie mit ihren Forschungen die Möglichkeiten einer



Agentenbasierten Simulation bei weitem noch nicht ausgeschöpft haben. Das Thema kann im Immobilienbereich noch sehr viel stärker eingesetzt werden.

Ein Versuch, den englischen Immobilienmarkt zu simulieren haben *Gilbert et al* in ihrem Paper „An Agent-Based Model of the English Housing Market“[GHS09] beschrieben. In dieser Arbeit wird die Interaktion zwischen einzelnen Haushalten, die Immobilien kaufen und verkaufen wollen, simuliert. Die Autoren heben hierbei speziell einige Vorteile dieses Verfahrens hervor. So kann ein ABS sehr gut die Standorte simulieren. Diese Standorte sind essenziell für den Immobilienpreis. Des Weiteren kann eine Entität (Immobilienmakler) simuliert werden, die für den Preis der Immobilien wichtig ist. Zudem sagen die Autoren, dass ABS gut die Veränderung des Verhältnisses zwischen Immobilienpreisen und Einkommen im Laufe der Zeit darstellen können.

Ziel der Simulation ist es, die wichtigsten Merkmale eines realen Immobilienmarktes mittels eines ABS zu simulieren. Die Autoren stellen bei festen Parametern fest, dass auf kurze Sicht die Hauspreise und die Anzahl der verkauften Immobilien sehr volatile ist. Im längerfristigen Bereich scheinen sich die Hauspreise zu stabilisieren.

## 4. Modell

Das zentrale Ziel dieser Arbeit ist es, den Einfluss einer Bodenrichtwertsteuer auf den Immobilienmarkt zu untersuchen.

Die Autoren *Farmer et al* haben bereits eine Simulation des Immobilienmarktes entwickelt und in ihrem Paper „Macroprudential Policy in an Agent-Based Model of the UK Housing Market“ [BFH<sup>+</sup>16] beschrieben. Im Folgenden wird das von ihnen aufgebaute Modell vorgestellt und eine um die Bodenrichtwertsteuer erweiterte.

### 4.1. Originalmodell

In dem Paper „Macroprudential Policy in an Agent-Based Model of the UK Housing Market“ [BFH<sup>+</sup>16] wird ein Modell vorgestellt, indem der Immobilienmarkt durch verschiedene Marktteilnehmer simuliert wird. Ziel der Simulation ist die Untersuchung der makroprudenziellen Regularien auf dem Immobilienmarkt in England. Das Ziel der makroprudenziellen Maßnahmen ist es, das Finanzsystem insgesamt krisensicherer zu machen und somit auch die Wirtschaft zu schützen [Bunnd].

Der Immobilienmarkt wird durch Interaktion verschiedener Haushalte (Agenten) dargestellt. Sie bieten auf Immobilien im Kauf- und Mietmarkt. Gleichzeitig werden Immobilien auf beiden Märkten angeboten und versteigert. Zusätzlich dazu enthält das Modell einen aus einer Bank und einer Zentralbank bestehenden Finanzsektor. Die Bank vergibt Kredite zu von der Zentralbank festgelegten Konditionen.

Die Haushalte wohnen in Häusern. Diese Häuser besitzen einen Wert (auch

Qualität). Dieser setzt sich aus Lage, Größe und Zustand des Hauses zusammen. Die Qualität ist für das Modell von *Farmer et al* essentiell, da mit ihr unter anderem die Kauf- und Mietpreise festgelegt werden.

### 4.1.1. Haushalte

In dieser Modellierung sind die Haushalte die Hauptagenten. Diese Agenten bieten auf Immobilien und versteigern sie. Die Haushalte werden nochmal in vier Unterkategorien unterschieden. Das sind *Wohnungssuchende*, *Mieter*, *Hausbesitzer* und *Investoren*. Die Investoren sind hierbei Hauseigentümer mit den „Investor-Gen“. Diese kaufen Immobilien, um diese zu vermieten. Haushalte werden geboren, altern und sterben im Laufe der Simulation. Bei der Geburt bekommen die Haushalte einige Metadaten zugewiesen. Dies sind das Einkommensperzentil, das Vermögen und eventuell das Investor-Gen.

Mittels des Einkommensperzentil wird das Einkommen des Haushaltes bestimmt. Der Haushalt bekommt bei der Geburt eine Prozentzahl zugewiesen, die angibt, in welchen Bereich das jeweilige Einkommen liegt. In Tabelle 4.1 ist das Einkommen zu dem jeweiligen Perzentil beispielhaft aufgeführt. Wenn ein Haushalt zum Beispiel 20 Jahre alt ist und ein Einkommensperzentil von 0.5 besitzt, so hat er ein Einkommen zwischen 15.000 und 25.000. Wenn ein Haushalt stirbt, vermachte er sein ganzes Vermögen und alle Häuser in seinen Besitz an einen zufälligen anderen Haushalt.

Altersspanne	Minimum Einkommen	Maximum Einkommen	Perzentil
15-25	10.000	15.000	0.1
15-25	15.000	25.000	0.4
15-25	25.000	45.000	0.7
15-25	45.000	100.000	1

Tabelle 4.1.: Bestimmung des Einkommens

#### 4. Modell

##### **Wohnungssuchende**

Jeder Haushalt wird zu Beginn seiner Existenz als Wohnungssuchend geboren. Für jeden der wohnungssuchenden Haushalte wird auf Basis einiger Parameter wie Einkommen und aktuelles Vermögen eine Kaufwahrscheinlichkeit berechnet. Liegt diese Wahrscheinlichkeit über einen festgelegten Schwellwert, so bietet der Haushalt auf eine Kaufimmobilie. Ansonsten gibt er ein Gebot auf dem Mietmarkt ab. Wird sein Gebot angenommen, zieht er sofort in die neue Wohnung ein. Ist er nicht erfolgreich, so bleibt er weiter Wohnungssuchend

Eine weitere Grundannahme, dass Wohnungssuchende mit Investor-Gen nie Gebote auf dem Mietmarkt abgeben.

##### **Mieter**

In dem Modell ist festgelegt, dass Mietverträge nicht vorzeitig gekündigt werden können. Nur falls der Mieter vor Ablauf des Mietvertrags verstirbt wird dieser aufgelöst. Somit ist der Haushalt solange in der Wohnung wie der Mietvertrag läuft. In dem Modell von *Farmer et al* läuft der Mietvertrag zwischen 12 und 24 Monaten. Wenn der Vertrag beendet ist, wird der Haushalt wieder zu einem Wohnungssuchenden und geht erneut vor wie oben beschrieben.

##### **Eigentümer**

Eigentümer können bei selbstgenutzten Immobilien die Entscheidung treffen, ob sie im aktuell genutzten Haus weiterleben oder dieses verkaufen wollen. Falls der Haushalt sein Haus verkaufen will legt er einen Preis fest und bietet das Haus auf den Markt an. Auch hier wird der Haushalt sofort zum Wohnungssuchenden.

## Investoren

Investoren sind Hauseigentümer mit Investor-Gen. In diesem Modell haben Menschen mit einem Einkommensperzentil größer 0.5 mit einer Wahrscheinlichkeit von 8% dieses Gen. Die Investoren haben die Möglichkeit, eigene Immobilien zu vermieten oder zu verkaufen. Nach dem sie sich für eine Variante entschieden haben, legen die Investoren einen dem Markt entsprechenden Miet- bzw. Kaufpreis fest.

Mit einer auf Basis der Investor-Metadaten berechneten Wahrscheinlichkeit fügen Investoren weitere Immobilien ihrem Portfolio hinzu. Dafür bieten sie auf den Kaufmarkt einen entsprechenden Preis.

### 4.1.2. Finanzsektor

Damit die Haushalte die Hauskäufe finanzieren können gibt es den Finanzsektor.

Bei *Farmer et al* wird eine Bank simuliert, die den Haushalten zu bestimmten Konditionen Geld leiht. Für diese Hypotheken gibt durch die Zentralbank festgelegte Regularien.

Grundsätzlich erhält nur der Haushalt eine Hypothek, der eine Altersgrenze nicht überschreitet. In der Implementierung von *Farmer et al* ist diese Altersgrenze das 65. Lebensjahr.

### 4.1.3. Simulationsablauf

Während der Simulation wird ein Anteil der britischen Bevölkerung modelliert. Dafür wird in jedem Schritt ein festgelegter Anteil an Menschen geboren und andere sterben. Damit eine realitätsnahe Abbildung der Bevölkerung möglich ist, erhöht sich das Risiko für den Menschen zu sterben mit zunehmendem Alter. Diese Wahrscheinlichkeit wird in einer Eingangsdatei bestimmt und orientiert sich an der britischen Bevölkerung.

Sobald die Bevölkerung für den Simulationsschritt aktualisiert, treffen die

#### 4. Modell

Haushalte ihre Entscheidungen. Diese unterscheiden sich nach der Art des Haushaltes. Wohnungssuchende entscheiden sich, ob sie eine Immobilie mieten oder kaufen möchten und geben ein Gebot auf den entsprechenden Markt ab. Die Hauseigentümer entscheiden sich, ob sie weiter in dem aktuellen Haus wohnen bleiben möchten. Ist dies nicht der Fall, so bieten sie das Haus auf den Kaufmarkt zum Verkauf an. Der Preis der Immobilie wird über eine Wahrscheinlichkeitsverteilung festgelegt. Der Erwartungswert der dieser Verteilung ist der aktuelle Marktpreis der Immobilie.

Die Investoren können zwei verschiedene Handlungsmöglichkeiten im gleichen Simulationsschritt wahrnehmen: Zum einen können sie aktuell leerstehende Immobilien verkaufen oder vermieten, zum anderen können sie auch neue Immobilien kaufen. Wenn sie eine leerstehende Immobilie verkaufen möchten, bieten sie das Haus auf den Kaufmarkt an. Soll die Immobilie vermietet werden, so wird sie auf dem Mietmarkt angeboten. Wenn Investoren ein Haus kaufen möchten, so geben sie ein Gebot auf den Kaufmarkt ab.

Nachdem alle Haushalte sich entschieden haben, wird der Markt geräumt. Hierfür werden die Immobilien zunächst auf den Kaufmarkt, anschließend auf den Mietmarkt versteigert. Hierbei wird auf beiden Märkten gleich vorgegangen: Zunächst wird geprüft, welche *Hausqualität* sich der Bieter für den gebotenen Preis leisten kann. Dadurch werden die Gebote den Häusern zugeordnet. Somit bietet jeder Haushalt auf Immobilien einer Qualität, die die Qualität, die er sich maximal leisten kann nicht überschreitet. Die Immobilien werden anschließend nach Qualität absteigend sortiert an den höchstbietenden Haushalt versteigert. War ein Haushalt erfolgreich, so wird sein Gebot aus der Betrachtung genommen.

Danach ist dieser Simulationsschritt abgeschlossen und der nächste beginnt von vorne [CT20].

Das gesamte Modell ist in Abbildung 4.1 abgebildet. Hierbei sind die un-

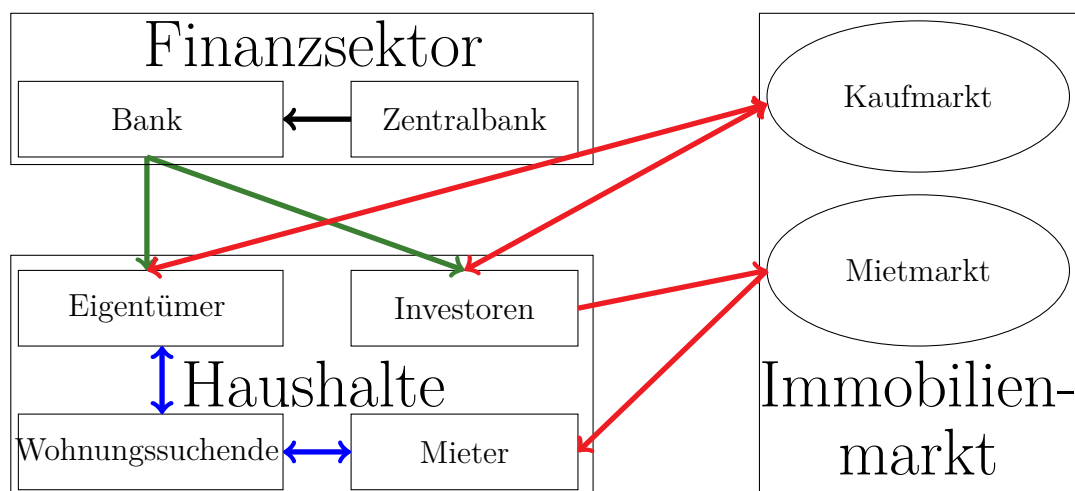


Abbildung 4.1.: Modell aus dem Paper

terschiedlichen Linienfarben und Pfeilrichtungen zu beachten. So können Wohnungssuchende zu Mietern werden oder auch zu Eigentümer. Aber bevor ein Mieter zum Eigentümer werden kann, muss er erst zum Wohnungssuchenden werden. Die Investoren sind Haushalte, die das Investor-Gen besitzen. Somit können „normale“ Haushalte nachträglich nicht mehr zu Investoren werden. Die grünen Linien deuten an, dass die Bank den Eigentümern bzw. den Investoren eine Hypothek gewährt, damit diese Haushalte ihre Immobilien kaufen können. Die schwarze Linie zwischen der Zentralbank und der Bank zeigt an, dass die Zentralbank Regularien setzt. An diese muss sich die Bank halten. Die roten Linien zeigen an, von welchem Markt die jeweiligen Objekte kommen. Eigentümer kaufen und verkaufen ihre Häuser, somit kommen diese vom „Kaufmarkt“. Mieter mieten ihre Immobilie, somit wird hier eine Transaktion auf den „Mietmarkt“ getätigt. Investoren kaufen und verkaufen Häuser vom „Kaufmarkt“. Die Immobilien, die die Investoren vermieten, werden über den „Mietmarkt“ vermietet.

## 4.2. Einführung einer Bodenrichtwertsteuer

Das zentrale Ziel dieser Arbeit ist es, mit Hilfe des grade beschriebenen Modells den Einfluss der Bodenrichtwertsteuer bewerten zu können. Deshalb wird diese Steuer in das Modell eingeführt. Die Bodenrichtwertsteuer im Modell ist analog der neuen Grundsteuer in Baden-Württemberg [Min20] definiert. Diese Steuer greift die Idee von **Dirk Löhr** auf [Lö08]. Der zentrale Punkt: Nicht das Haus auf einem Grundstück gewinnt an Wert, sondern das Grundstück selbst. Dies beruht auf der Annahme, dass die Gegend, in der das Grundstück liegt, an Wert gewinnt.

Wie in Kapitel 1 diskutiert ist die Bodenrichtwertsteuer nach Meinung des Juristen Klaus-Martin Groth nicht auf den Mieter umlegbar [Gro18]. Somit zahlt auf jeden Fall der Besitzer der Immobilie die Steuer. In dem hier aufgestellten Modell ist das also der Investor.

Um die Steuer zu berechnen wird die Größe des Grundstückes mit dem Wert der Lage, dem Bodenrichtwert, multipliziert. Das Ergebnis wird abschließend noch mit der Steuermesszahl und den Hebesatz der Kommune multipliziert. Das Resultat ist die zu zahlende Jahressteuer.

Die Grundsteuer inklusive der Variante von Baden-Württemberg wird in Anhang B erläutert.

### 4.2.1. Einführung benötigter Parameter

*Farmer et al* haben in ihrer ursprünglichen Implementierung des Modells den Häusern eine Qualität gegeben [BFH<sup>+</sup>16]. Dieser Wert setzt sich theoretisch aus *Lage*, *Größe* und *Zustand* zusammen, eine genaue Definition ist nicht gegeben. Daher wird in der Implementierung eine gleichverteilte Zufallszahl umgesetzt.

Mittels dieser Größe werden verschiedene Funktionen im Zusammenhang der Marktsimulation aufgerufen. So zum Beispiel beeinflusst die Qualität den Preis der einzelnen Immobilien.



## 4.2. Einführung einer Bodenrichtwertsteuer

Die Berechnung der Steuer nutzt lediglich die *Größe* und *Lage* des Grundstücks. Jeder Immobilie wird zum Bauzeitpunkt zufällig eine Lage und Größe zugewiesen. Wie schon erwähnt ist die Qualität ein zentraler Parameter in der Implementierung von *Farmer et al.* Mit ihr werden die Kauf- und Mietpreise festgelegt, Immobilien bewertet und noch vieles mehr. Damit diese Funktionen noch weiter benutzt werden können, wird die Qualität als eine Aggregation aus *Lage* und *Größe* der Immobilien definiert.

Dafür werden diese beiden Parameter normiert und der Mittelwert gebildet. Abschließend wird der Mittelwert multipliziert mit der Anzahl der betrachteten Qualitätsstufen. Das Ergebnis wird ganzzahlig abgerundet:

$$\left\lfloor \frac{\frac{size}{max\_size} + \frac{lage}{max\_lage}}{2} * Anz\_Qualität \right\rfloor \quad (4.1)$$

### 4.2.2. Entwicklung eines angepassten Bietverfahrens

In der ursprünglichen Implementierung gibt ein Haushalt ein Gebot auf dem Markt ab. Das Gebot wird anschließend einer passenden Immobilie zugeordnet. Dabei entscheidet allein die Qualität der Immobilie darüber, ob ein Haushalt mit den ihm zur Verfügung stehenden Mitteln auf diese Immobilie bieten kann. Der Haushalt, mit dem höchsten Gebot auf diese Immobilie bekommt den Zuschlag.

Das Problem hierbei ist jetzt, dass die Qualität eine aggregierte Größe ist. Durch die Einführung der Bodenrichtwertsteuer hat der Haushalt aber schon absehbare Kosten. Somit muss der Haushalt sich schon beim Bieten entscheiden, ob er sich das Haus leisten kann oder nicht.

Hierfür gibt es mehrere Möglichkeiten: Eine Möglichkeit ist, die anfallende Bodenrichtwertsteuer in Gänze von den maximal verfügbaren Kaufbetrag abzuziehen und mit dem reduzierten Betrag in die Kaufrunde zu gehen. Eine weitere Möglichkeit ist, dass der potenzielle Käufer über die nötigen

#### 4. Modell

(monatlichen) Finanzmittel verfügt, um die Steuer zu zahlen.

Mit der zweiten Möglichkeit kann der wiederkehrende Charakter der Steuer besser abgebildet werden. Daher wird dieser Weg gewählt. Es wird festgelegt, dass der Haushalt nur auf Häuser bietet, deren Bodenrichtwertsteuer geringer als  $\frac{1}{3}$  seiner Einkünfte ist.

Durch diese Anpassung können die Haushalte nicht mehr einfach ein Gebot auf dem Markt abgeben. Der Haushalt muss individuell entscheiden, ob er sich das jeweilige Haus steuerlich leisten kann oder nicht.

Die Gebote müssen somit direkt auf die Immobilien abgegeben werden. Das bedeutet, dass jeder Haushalt auf alle für ihn interessanten Häuser bietet. Der Haushalt interessiert sich für eine Immobilie, sobald er sich diese leisten kann

Zusätzlich verändert sich das Verfahren zum „Clearen“ des Marktes. Damit kein Haushalt eine Immobilie weit unter seinen Möglichkeiten ersteigert, ist hier auch die Reihenfolge jetzt noch wichtiger. Die Häuser werden jetzt nacheinander ohne Parallelität versteigert. Zunächst werden Häuser mit höchster Qualität versteigert, danach kommen nach und nach absteigend nach der jeweiligen Qualität die anderen Häuser. Dies stellt sicher, dass der wohlhabendere Teil der Bieter bei Häusern mit höherer Qualität den Zuschlag bekommt.

Als ein weiterer zentraler Punkt darf jeder Bieter maximal ein Haus bekommen. Dies gilt auch für die Investoren. Somit werden nach einer gewonnenen Auktion alle Gebote des Bieters auf weitere Immobilien gelöscht.

Falls der Wohnungssuchende keinen Erfolg hat, so startet er wieder als Wohnungssuchender in den nächsten Simulationsschritt.

In einer ersten Version der angepassten Implementierung lief das Programm zwar ohne Fehler durch, eine große Anzahl von Haushalten ging bei aktiver Steuer jedoch bankrott (circa 75% der Haushalte).

Die Ursache ist in zwei Punkten zu finden:

## 4.2. Einführung einer Bodenrichtwertsteuer

1. Bei der Initialisierung der Häuser werden diese zufällig an Haushalte vergeben. Dies hat zur Folge, dass sich die Haushalte oft die Steuer für diese Häuser nicht leisten können und in Folge dessen bankrott gehen. Um dieses Problem zu vermeiden werden die Häuser in ihrer Initialisierung nur noch an Haushalte vergeben, die sich auch die Steuer dafür leisten können. Des Weiteren wurde darauf geachtet, dass jeder nicht Investor maximal ein Haus bekommt, indem er wohnen kann.
2. Wenn ein Haushalt stirbt, vermachst er alle seine Besitztümer an einen zufälligen anderen Haushalt. Wenn sich der Haushalt jedoch die zu zahlende Steuer nicht leisten kann, geht er bankrott. Dieses Problem wurde behoben, indem der erbende Haushalt das Haus gleich auf den Verkaufsmarkt stellt, wenn die Steuer sein zur Verfügung stehendes Einkommen übersteigt.

Zusätzlich zu diesen Anpassungen wurde eine Art „Schutzmechanismus“ eingebaut. Dieser greift ein, sobald ein Haushalt bankrott ist und verkauft anschließend alle seine Immobilien.

Eine andere später aufgetauchte Schwierigkeit betrifft die Kosten der Hypotheken im Zusammenhang mit Bodenrichtwertsteuer. Es kann der Fall eintreten, dass der Haushalt sich die monatlichen Hypothekenkosten und die Steuer in Summe nicht leisten kann. Der Betrag übersteigt sein monatliches Einkommen und er verschuldet sich. Um dies zu verhindern wird der maximale Betrag der Hypothek verringert. Die Höhe des Abzugs entspricht genau der maximalen Steuer der Häuser, auf die der Haushalt bieten kann.

Um den Einfluss der Bodenrichtwertsteuer beurteilen zu können, wird die Simulation mehrmals durchgeführt. Dabei unterscheiden sich die einzelnen Simulationen nur im Hebesatz der Kommunen. Dieser Hebesatz beeinflusst direkt die Höhe der zu zahlenden Steuer.

Die verwendeten Hebesätze entstammen einer Analyse des statistischen Lan-

#### 4. Modell

desamtes Baden-Württemberg aus dem Jahr 2021 [Sta20]. Darauf basierend werden Simulationen mit einem minimalen Hebesatz (200%), einen Hebesatz im Median (350%) und einen maximalen Hebesatz (600%) durchgeführt. Zusätzlich dazu wird ein Vergleichsmodell ohne Steuer simuliert, also bei dem der Hebesatz 0% ist.

Die in der Simulation benutzten Bodenrichtwerte entstammen einer Analyse der Bodenrichtwerte des Landes Baden-Württemberg [Immnd]. Normalerweise liegen die Bodenrichtwerte zwischen 150 und 1000. In den Simulationen werden dementsprechend die *Lage* gleichverteilt aus dem Intervall  $U(150,1000)$  betrachtet.

Da die Bodenrichtwertsteuer auf Baden-Württemberg und die Metadaten der Simulation auf Großbritannien angepasst sind, werden keine qualitativen Aussagen entstehen. Es können nur Tendenzen gefunden und bewertet werden.

## 5. Validierung

Es muss sichergestellt werden, dass die Ergebnisse nicht rein zufällig sind. Aus diesem Grund muss gezeigt werden, dass die Simulation auch konvergiert ist. In Unterabschnitt 2.2.3 wird die Konvergenz eines ABS definiert: ein ABS konvergiert genau dann, wenn alle seine Größen gegen einen festen Wert konvergieren sind. Übertragen auf unseren Anwendungsfall ist das ABS genau dann konvergiert, wenn alle Kauf- und Mietpreise innerhalb der Simulation stabil bleiben. Da es sich bei diesen Größen auch um statistische Größen handelt, wird der mittlere Transaktionspreis je Qualität betrachtet. Zur Berechnung der Güte der Simulation wird ein Konfidenzintervall um den mittleren Transaktionspreis gebildet.

Laut dem *Gesetz der großen Zahlen* konvergiert jede statistische Größe bei einer hinreichend Stichprobengröße gegen ihren wahren Wert [BB02]. Dem zu Folge konvergiert auch der mittlere Verkaufspreis je Qualität gegen seinen wahren Wert, wenn genug Simulationsschritte durchgeführt werden. Die Länge des Konfidenzintervalls wird mittels der Multiplikation des Standardfehler mit dem Signifikanzniveau berechnet. Der Standardfehler ist hierbei der Bruch aus der Standardabweichung und der Wurzel aus der Stichprobengröße  $n$ :

$$\text{Länge des Konfidenzintervalls} = 2 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} Z_{\alpha/2} \quad (5.1)$$

Diese Schätzung liefert eine Genauigkeit der Simulation. Der wahre Wert liegt innerhalb eines Intervalls dieser Größe um den geschätzten Wert. Eine weitere Herausforderung ist die Schätzung von  $\sigma$ , also der Standard-

## 5. Validierung

abweichung der Transaktionspreise. Genauso wie der mittlere Kaufpreis ist die Standardabweichung eine statistische Größe. Somit wird auch bei dieser Größe erwartet, dass sie mit einer hohen Anzahl an Simulationen gegen den wahren Wert konvergiert (*Gesetz der Großen Zahlen*). Dieser Wert wird mittels einer großen Anzahl an Simulationen geschätzt. Der so erhaltene Wert wird als wahrer Wert der Standardabweichung angenommen. Diese Schätzung ist sehr ungenau. Da aber keine qualitativen Ergebnisse erzielt werden können und sollen, ist das so akzeptabel.

Somit wird für jede Hausqualität eine Standardabweichung bestimmt. Mittels dieser Größe und der Gleichung 5 kann die Länge der Konfidenzintervalle auf einen Signifikanzniveau von 95% bestimmt werden. Da die Werte groß sind (über 1.2 Millionen €) werden die Verkaufspreise logarithmiert. Dies hilft zusätzlich bei der Interpretation der Konfidenzbandlänge. In Tabelle A.3 sind die benötigte Anzahl an Simulationsschritten für eine gewisse Güte des Modells angegeben. Es werden die Längen 1, 0.1, 0.01 und 0.001 betrachtet. Aus Performanzgründen wird eine maximale Breite des Konfidenzintervalls von 0.1 gewählt. Hierbei wird bewusst in Kauf genommen, dass bei einer Konfidenzbandlänge von 0.1 die Ergebnisse sehr ungenau sind. Dies liegt daran, dass die wahren Werte in einem Intervall von  $\pm 5\%$  um die geschätzten Werte liegen.

In Abbildung 5.1 ist für die Hausqualität 99 beispielhaft der Mittelwert des Kaufpreises über die Zeit zusammen mit den entsprechenden Konfidenzintervall abgebildet. Für die Berechnung des jeweiligen Mittelwerts wird der betrachtete Zeitpunkt als Endpunkt gesetzt. Wie man sieht bleibt der so berechnete Mittelwert ab einen gewissen Zeitpunkt annähernd konstant. Die dazu berechneten Konfidenzintervalle werden jedoch immer enger. Interessanterweise liegen mehr Verkaufspreise unter dem mittleren Preis. Es gibt ein paar wenige „Ausreißer“ nach oben, insgesamt liegt der Preis vorwiegend im unteren Bereich.

Die Performanzprobleme der Simulation sind bekannt. Dies liegt vor Allem

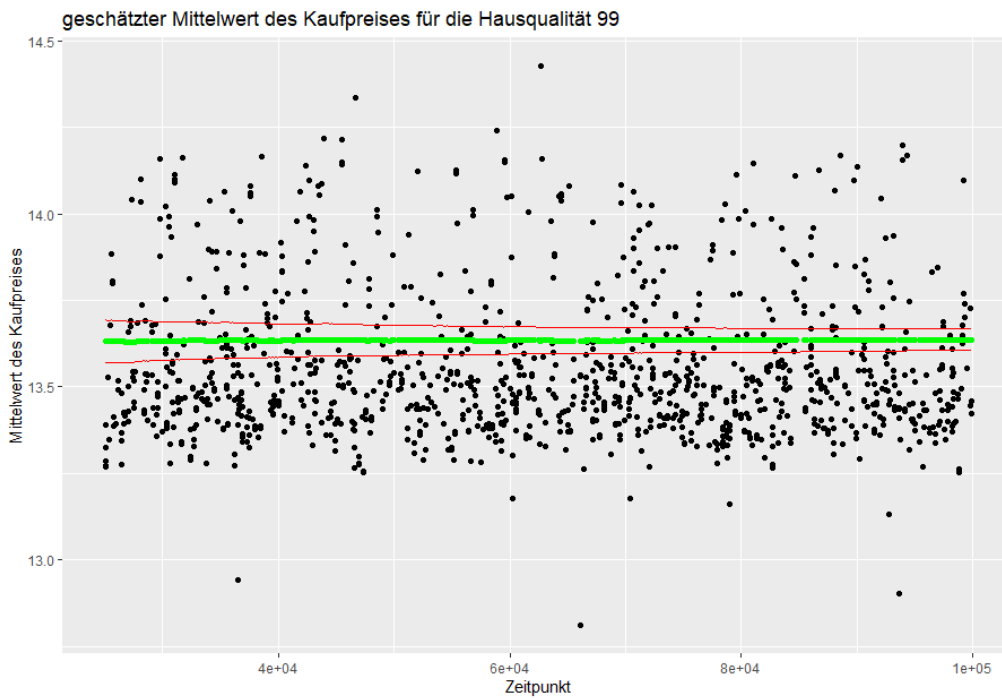


Abbildung 5.1.: Mittelwert des Kaufpreises für die Hausqualität 99

daran, dass die Markträumung „straight-forward“ programmiert wurde. Ein paar Ideen zur Lösung dieses Problems sind in Kapitel 7 zu finden.

Die Tabelle A.3 zeigt auf, dass die benötigte Konvergenz mit 37825 Simulationsschritten erreicht ist. Die Analyse darf also ab diesen Zeitpunkt starten, da dann der wahre Wert mit einer Wahrscheinlichkeit von 95% in einen Bereich von  $\pm 0.05$  um den geschätzten Wert liegt. Demzufolge sind die erhaltenen Ergebnisse ab dann robust. Für die Analyse werden anschließend die Simulationen ab dem Simulationsschritt 40.000 betrachtet. Damit liegt der wahre Wert in einen Konfidenzintervall von maximal  $\pm 5\%$  um den geschätzten Wert.

## 6. Empirische Ergebnisse

Ziel dieser Arbeit ist es, den Einfluss einer Bodenrichtwertsteuer nach dem Ansatz in Baden-Württemberg auf den Immobilienmarkt und insbesondere auf die Investoren zu untersuchen.

Die Analyse besteht aus zwei Punkten:

1. Zunächst wird geprüft, ob die Bodenrichtwertsteuer einen Einfluss auf die Kauf- und Mietpreise hat. Es wird hierbei davon ausgegangen, dass die Mietpreise generell steigen und die Kaufpreise sinken.
2. Als zweites werden die Investoren genauer betrachtet. Dabei liegt ein Hauptaugenmerk auf den *Metadaten der Investoren*. Hinter diesen Metadaten verstecken sich das Alter des Investors, das Bankguthaben, das Wohnungsguthaben und die Anzahl der Häuser im Besitz des Investors.

Generell werden die mittleren Transaktionspreise der Immobilien je Hebesatz und Qualität betrachtet. Damit anschließend die Modelle verglichen werden können, wird eine lineare Regression trainiert und somit ein Analysemodell gebildet. Damit die Ergebnisse auch auf statistische Signifikanz geprüft werden können, wird ein 95% Konfidenzintervall um die Regressionsgrade berechnet.

Die Konfidenzintervalle liegen teilweise sehr nahe beieinander. Aus diesem Grund wurde ein Verfahren entwickelt, mit dem graphisch geprüft werden kann, ob die Modelle statistisch signifikant voneinander verschieden sind oder nicht.



## 6.1. Grundsätzliches zur Prüfung der Signifikanz

Ziel ist es, festzustellen ob es signifikante Unterschiede zwischen dem Vergleichsmodell (Hebesatz 0%) und den Modellen mit Bodenrichtwertsteuer (in drei unterschiedlichen Varianten mit einem Hebesatz von 200%, 350% und 600%) gibt. Wenn diese signifikanten Unterschiede festgestellt werden können, so kann mit hoher Sicherheit gesagt werden, dass die Bodenrichtwertsteuer in der durch den jeweiligen Hebesatz bestimmten Variante einen Einfluss auf das Modell hat.

Zur Feststellung von signifikanten Unterschieden zwischen den einzelnen Modellen werden die 95% Konfidenzintervalle der einzelnen Modelle verglichen. Falls nicht sicher gesagt werden kann, ob die Konfidenzintervalle sich überschneiden oder nicht, wurde folgendes Verfahren entwickelt.

**Definition 6.1** *Gegeben seien zwei Intervalle  $I_1$  und  $I_2$ . Jedes dieser Intervalle besitzt eine obere und eine untere Begrenzung. Diese werden als  $I_{1u}$  und  $I_{1o}$  für das erste sowie  $I_{2u}$ ,  $I_{2o}$  für das zweite Intervall genannt. Mittels dieser vier Grenzwerte werden die zwei Werte  $w_1$  und  $w_2$  berechnet:*

$$w_1 = I_{1u} - I_{2o}$$

$$w_2 = I_{1o} - I_{2u}$$

*Haben die beiden berechneten Werte verschiedene Vorzeichen, so überschneiden sich die Konfidenzintervalle. Damit sind die Intervalle nicht statistisch signifikant verschieden. Wenn beide Werte jedoch dasselbe Vorzeichen haben, überschneiden sich die Konfidenzintervalle nicht. Sie sind statistisch voneinander verschieden.*

Das Vorgehen ist schematisch in Abbildung 6.1 zu sehen.

Beweis 6.1 zeigt, dass dieses Verfahren die erwarteten Ergebnisse liefert und somit kann die statistische Signifikanz grafisch dargestellt werden.

6. Empirische Ergebnisse

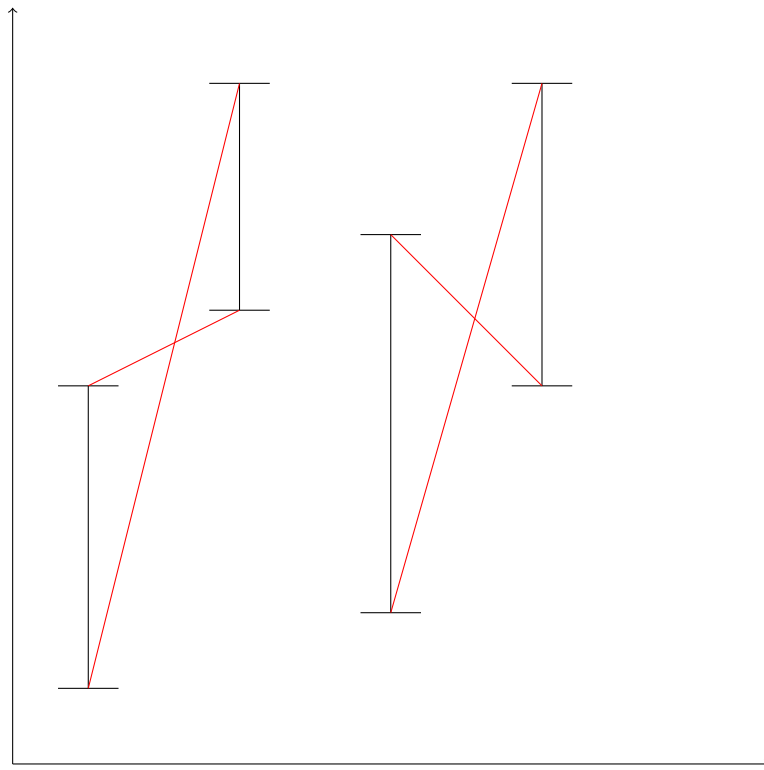


Abbildung 6.1.: schematisches Vorgehen zum Vergleich der Konfidenzintervalle

## 6.2. Untersuchung der Transaktionen

**Beweis 6.1** *Es seien die zwei Intervalle  $I_1$  und  $I_2$  gegeben. Jedes dieser Intervalle hat eine obere und eine untere Grenze. Diese sind gegeben durch  $I_{1u}, I_{1o}$  für das 1. Intervall und  $I_{2u}, I_{2o}$  für das 2. Intervall. Dann gibt es folgende drei Möglichkeiten:*

1. *die beiden Intervalle überschneiden sich*
  2. *die beiden Intervalle überschneiden sich nicht*
  3. *Intervall 1 liegt im Intervall 2 oder umgekehrt*
1. *Wenn sich beide Intervalle überschneiden gilt:  $I_{1u} < I_{2u} < I_{2o} < I_{1o}$ . Die beiden Werte  $w_1, w_2$  haben somit verschiedenen Vorzeichen.*
  2. *Wenn sich beide Intervalle nicht überschneiden, so gilt:  $I_{1u} < I_{1o} < I_{2u} < I_{2o}$ . Die beiden berechneten Werte  $w_1, w_2$  haben dasselbe Vorzeichen.*
  3. *Intervall 1 liegt im Intervall 2. Dann gilt  $I_{2u} < I_{1u} < I_{1o} < I_{2o}$ . Die beiden Werte  $w_1, w_2$  haben somit verschiedene Vorzeichen.*

## 6.2. Untersuchung der Transaktionen

Als erstes wird die Auswirkungen einer Bodenrichtwertsteuer auf den Immobilienmarkt im Allgemeinen und im Speziellen auf die Transaktionspreise untersucht. In der Simulation gibt es zwei verschiedene Märkte, den Käufer- und den Mietmarkt. Es wird erwartet, dass die Bodenrichtwertsteuer beide Märkte beeinflusst.

Bei den Transaktionspreise auf den *Kaufmarkt* wird mit eine Preisminde- rung gerechnet. Dies liegt daran, dass auf die Haushalte zusätzliche Kosten zukommen, die sie tragen müssen. Dadurch können diese nicht mehr so viel für die Häuser ausgeben, sondern müssen auch Geld für die Steuer zurück- legen. Wird dies nicht gemacht, ist die Gefahr einer Insolvenz groß.

## 6. Empirische Ergebnisse

Auch auf dem *Mietmarkt* wird eine Preisänderung erwartet. Wahrscheinlich werden Hausbesitzer die Miete erhöhen, um die zusätzlichen durch die Steuer aufzubringenden Mittel ausgleichen zu können.

Diese Hypothesen werden überprüft, indem für jede Qualität der Immobilien der mittlere Transaktionspreis berechnet wird und mithilfe einer linearen Regression und dem zugehörigen 95% Konfidenzintervall die Modelle miteinander verglichen werden. Wie in Abschnitt 6.1 beschrieben wird dafür geprüft, ob sich die Konfidenzintervalle überschneiden oder nicht. Damit kann entschieden werden, ob die Modelle sich signifikant voneinander unterscheiden.

### 6.2.1. Transaktionen auf den Kaufmarkt

Als erstes werden die Ergebnisse der Simulationen auf den Käufermarkt untersucht. Es wird erwartet, dass der Transaktionspreis sinkt, wenn der Hausbesitzer eine zusätzliche Steuer zahlen muss.

Für die Untersuchung und Analyse wird der Ansatz einer einfachen linearen Regression gewählt. Anschließend werden die Konfidenzintervalle verglichen und geprüft, ob es einen signifikanten Unterschied zu dem Vergleichsmodell gibt.

Da die Transaktionspreise sehr hoch sind, werden diese logarithmiert dargestellt. Die Regressionsgraden liegen teilweise sehr nahe beieinander. Daher wird das Verfahren aus Abschnitt 6.1 angewendet.

In Abbildung 6.2 sind die entstandenen Regressionsgraden mit den zugehörigen Konfidenzintervallen zu sehen. Interessanterweise gibt es nur bei dem Modell mit Hebesatz 200% einen Preisanstieg, der auch signifikant unterschiedlich zum Modell ohne Steuer ist. Die anderen Modelle zeigen eine signifikante Preisminderung zur Folge. Dabei hat das Modell mit einem Hebesatz von 350% einen höheren Preis als das Modell mit einem Hebesatz

## 6.2. Untersuchung der Transaktionen

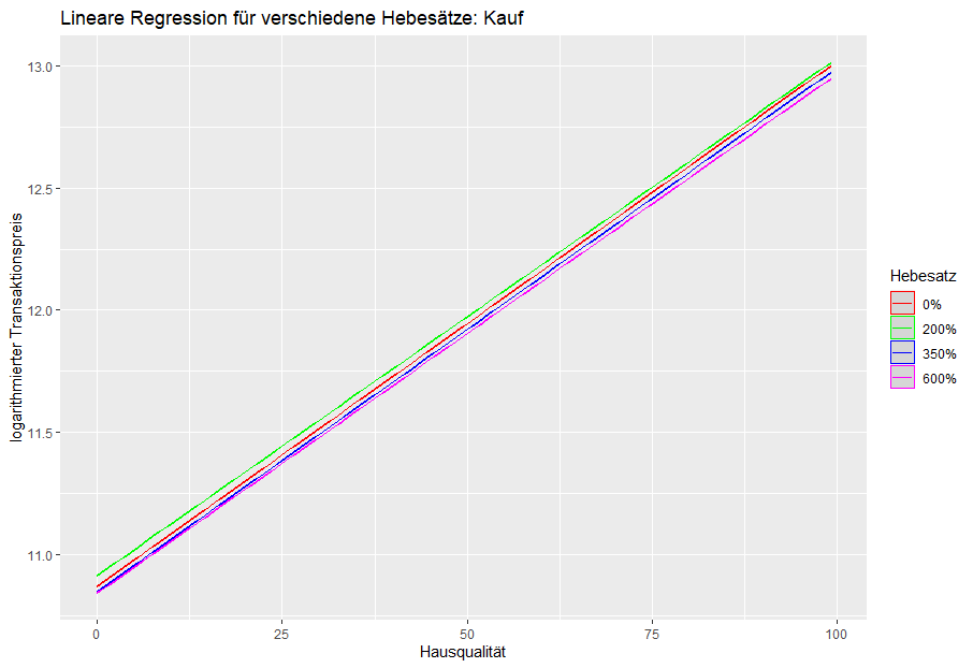


Abbildung 6.2.: lineare Regression: die Hausqualität wird gegen den logarithmierten Verkaufspreis gehalten

von 600%. Um zu überprüfen, ob diese Modelle auch signifikant verschieden vom Vergleichsmodell sind, wird das Verfahren aus Abschnitt 6.1 angewendet.

Das Ergebnis dieses Verfahrens ist in Abbildung 6.3 zu sehen. Alle Modelle mit einer Bodenrichtwertsteuer liefern statistisch signifikant zum Vergleichsmodell unterschiedliche Ergebnisse. Wie bereits erwähnt liefert das Modell mit einem Hebesatz von 200% höhere Verkaufspreise, während die Modelle mit den Hebesätzen 350% und 600% niedrigere Verkaufspreise beinhalten. Die geschätzten Verkaufspreise, sowie die Änderungen zum Modell ohne Steuer sind in Tabelle A.1 aufgeführt. Es stellt sich die Frage, warum das Modell mit einem Hebesatz von 200% den Preis hebt und nicht senkt.

Eine mögliche Erklärung liegt in der Anzahl der getätigten Transaktionen. Es kann sein, dass die Nachfrage an Immobilien bei diesem Steuermodell extrem hoch ist. Um dies zu prüfen wird die Anzahl an getätigten Transak-

## 6. Empirische Ergebnisse

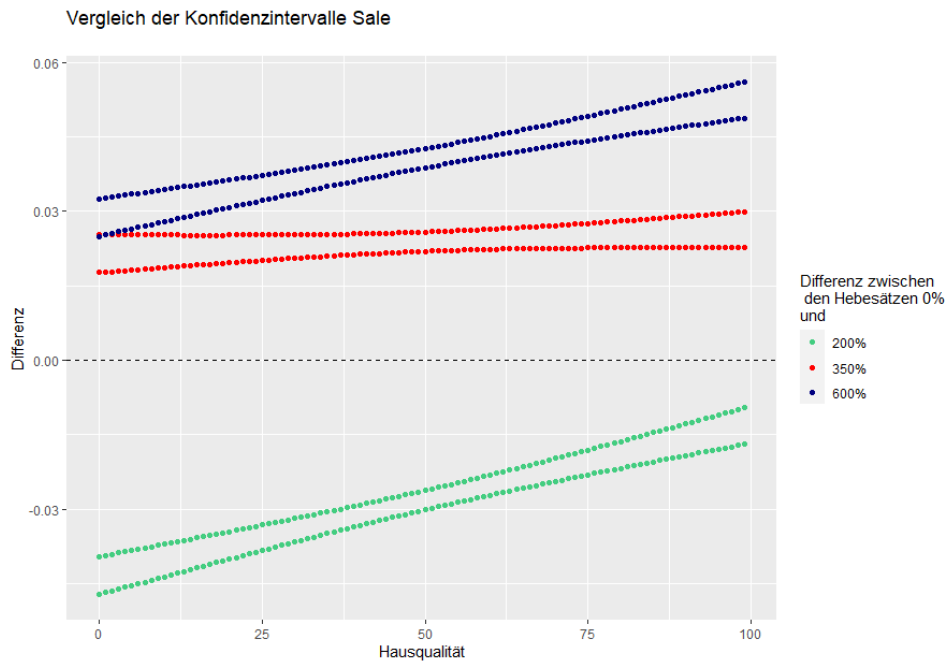


Abbildung 6.3.: Vergleich der Konfidenzintervalle für die Verkaufsdaten

tionen je Hausqualität analysiert.

In Abbildung 6.4 ist die Anzahl der Käufe je Hausqualität zu sehen. Es ist klar zu erkennen, dass die Anzahl der Transaktionen mit Zunahme der Steuer abnimmt. Somit ist eine erhöhte Nachfrage keine Erklärung für die Preissteigerung.

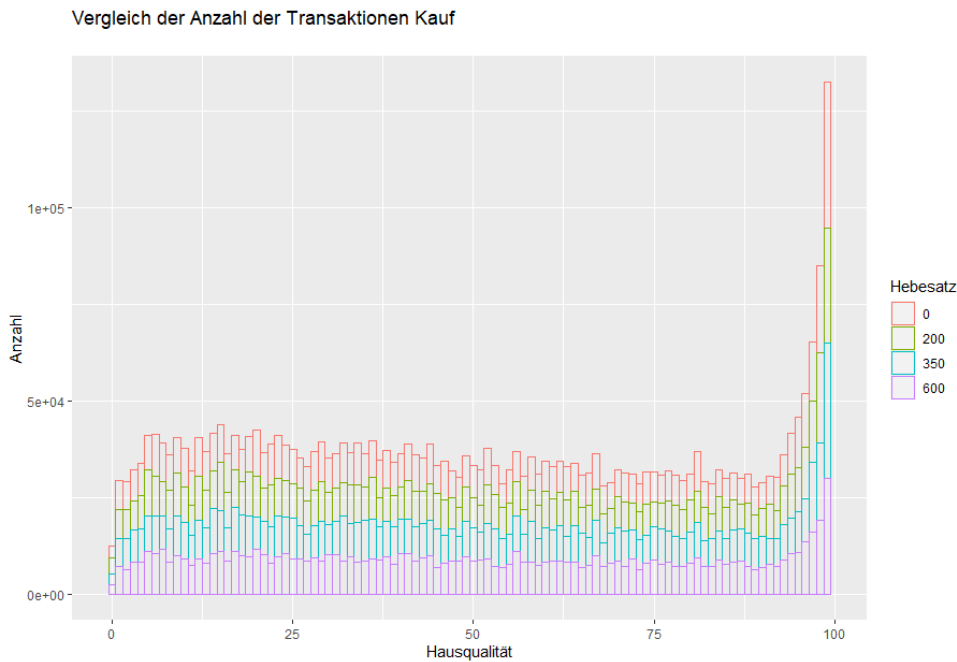


Abbildung 6.4.: Vergleich der Anzahl der Verkäufe je Qualität

### 6.2.2. Transaktionen auf den Mietmarkt

Da die Investoren versuchen werden, die Kosten der Bodenrichtwertsteuer an die Mieter weiter zu geben, ist auf dem Mietmarkt mit einer Preissteigerung zu rechnen. Auch hier wird der Ansatz einer einfachen linearen Regression gewählt. Hierbei wird die Hausqualität den logarithmierten Transaktionspreis gegenübergestellt.

In Abbildung 6.5 sind die Regressionsgraden der vier Modelle zu erkennen. Zusätzlich dazu sind die Konfidenzintervalle der einzelnen Regressionsgraden mit abgebildet. Auch wenn die einzelnen Geraden der jeweiligen Modelle sehr dicht beieinander liegen, ist erkennbar, dass die Modelle mit einer Bodenrichtwertsteuer signifikant andere Werte liefern als das Vergleichsmodell. Es sieht so aus, als würden die Mietpreise tatsächlich ansteigend. Dies kann aber noch nicht mit Sicherheit bestätigt werden, da die Geraden sehr eng

## 6. Empirische Ergebnisse

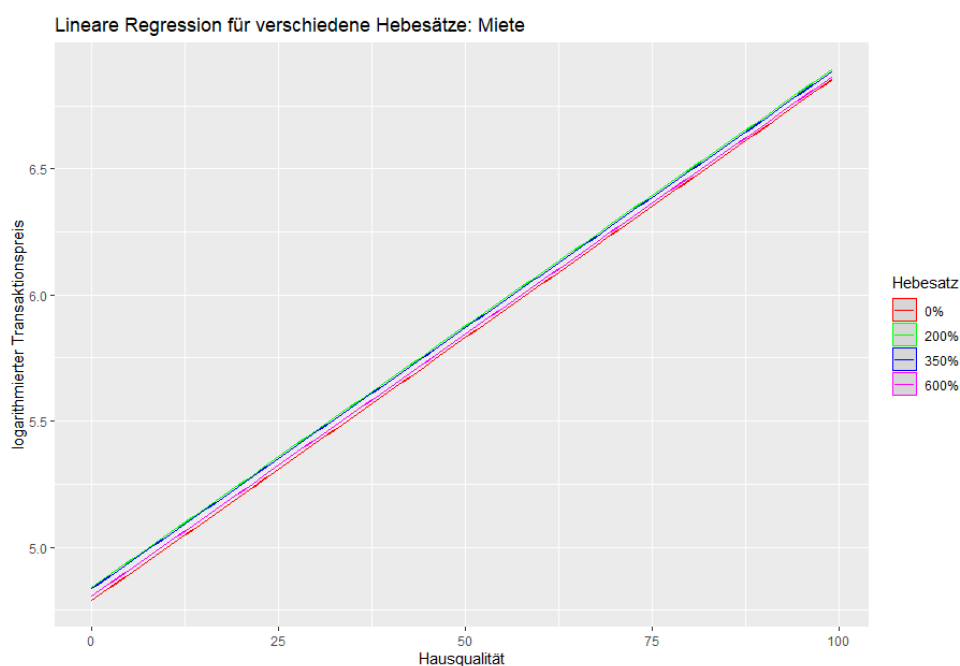


Abbildung 6.5.: lineare Regression: die Hausqualität wird gegen logarithmierten Transaktionspreis gehalten

nebeneinander liegen. Deshalb wird das Verfahren aus Abschnitt 6.1 angewendet.

Die Ergebnisse dieses Verfahrens sind in Abbildung 6.6 zu sehen. Wie erwartet produzieren die Modelle mit einer aktiven Bodenrichtwertsteuer signifikant höhere Mietpreise als das Vergleichsmodell. Somit beeinflusst die Steuer die Mietpreise.

Die geschätzten Mietpreise je Hausqualität, sowie deren prozentuale Abweichung zum Vergleichsmodell sind in Tabelle A.2 zu sehen. Zumindest hier ist ein deutlicher Preisanstieg der Mietimmobilien zu erkennen. Zudem ist der Preisanstieg umso größer, je niedriger die Steuer ist.

Leider gibt es auch an dieser Stelle keine logische Erklärung für dieses



## 6.2. Untersuchung der Transaktionen

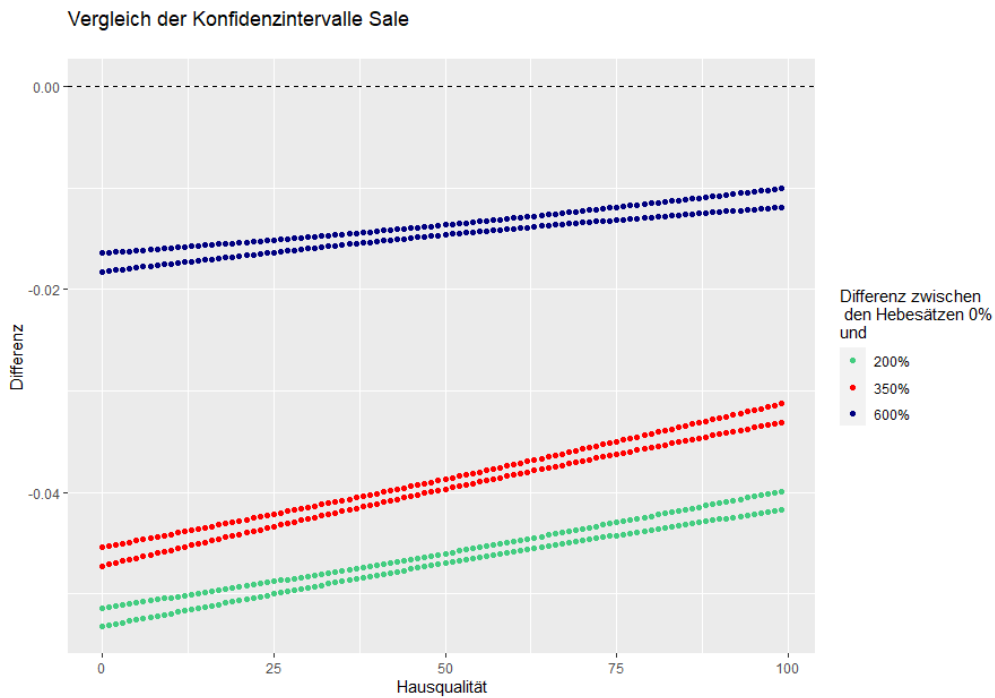


Abbildung 6.6.: Vergleich der Konfidenzintervalle für die Mietdaten

Phänomen. Es kann aber zweifelsfrei festgehalten werden, dass die Preise bei einer Bodenrichtwertsteuer signifikant ansteigen.

Somit scheinen sich die zusätzlichen Kosten durch die Bodenrichtwertsteuer auf verschiedene Art auszuwirken. Während bei der noch relativ niedrigen Steuer mit einem Hebesatz von 200% anscheinend der Kaufpreis in Bezug auf das Vergleichsmodell noch steigt, wird dieser bei den Hebesätzen 350% und 600% gegenüber dem Vergleichsmodell gesenkt. Mit Blick auf die Mieten kann gesagt werden, dass die Steuer einen Anstieg der Mietpreise zur Folge hat. Eine mögliche Erklärung dieses Phänomens ist das Zusammenspiel zwischen Miet- und Kaufpreis. Im Modell mit dem Hebesatz 200% steigen die Kaufpreise entgegen der Erwartung an. Dadurch haben die Investoren mehr Kosten, einerseits durch den Hauskauf, andererseits durch die zu zahlende Steuer. Dies versuchen die Investoren wieder gut zu machen,

## 6. Empirische Ergebnisse

indem sie die Mietpreise extrem erhöhen. Dadurch zahlt indirekt auch der Mieter die entstandenen Kosten des Investors.

In den anderen Modellen sinkt der Kaufpreis im Vergleich zum Vergleichsmodell. Somit haben die Investoren durch den Kauf nicht mehr so hohe Kosten, die Kosten für den eigentlichen Hausbesitz in Form der Steuer steigen aber an. Diese Kosten versuchen die Investoren über die Miete wettzumachen. Damit steigen zwangsläufig die Mieten.

### 6.3. Untersuchung der Metadaten der Investoren

Der zweite zentrale Analysepunkt ist die Analyse der *Metadaten* der Investoren. Hinter diesen *Metadaten* liegen sich *Alter*, *Immobilienvermögen*, *Kontostand* und *Anzahl Häuser im Besitz* der Menschen, also auch der Investoren, im Modell.

Das Alter ist sowohl logisch als auch in Hinblick auf die Implementierung komplett unabhängig von Einflüssen der Bodenrichtwertsteuer. Die Altersstruktur innerhalb der Modelle wird sich nicht ändern. Aus diesem Grund kann das Alter äquivalent zur Hausqualität in Abschnitt 6.2 als eine Referenzgröße genutzt werden.

Die drei anderen Metadaten werden in der Analyse gleichbehandelt. Zunächst wird der mittlere Wert des jeweiligen Metadatum je Alter betrachtet und graphisch dargestellt. Im Anschluss wird anhand der entstandenen Plots wird ein geeignetes Regressionsverfahren zur Annäherung an die Daten gesucht. Dieses Verfahren wird dann zusammen mit dem zugehörigen 95% Konfidenzintervall abgebildet. Mithilfe dieses Analysemodells wird untersucht, ob die Bodenrichtwertsteuer einen signifikanten Einfluss auf die Investoren hat.

### 6.3.1. Untersuchung des Bankguthabens

Als erstes wird das *Bankguthaben* analysiert. Dieses beschreibt, wie viel Geld der simulierte Investor auf der Bank liegen hat.

In Abbildung 6.7 sind die Graphen vier Modelle dargestellt. Hier ist zu

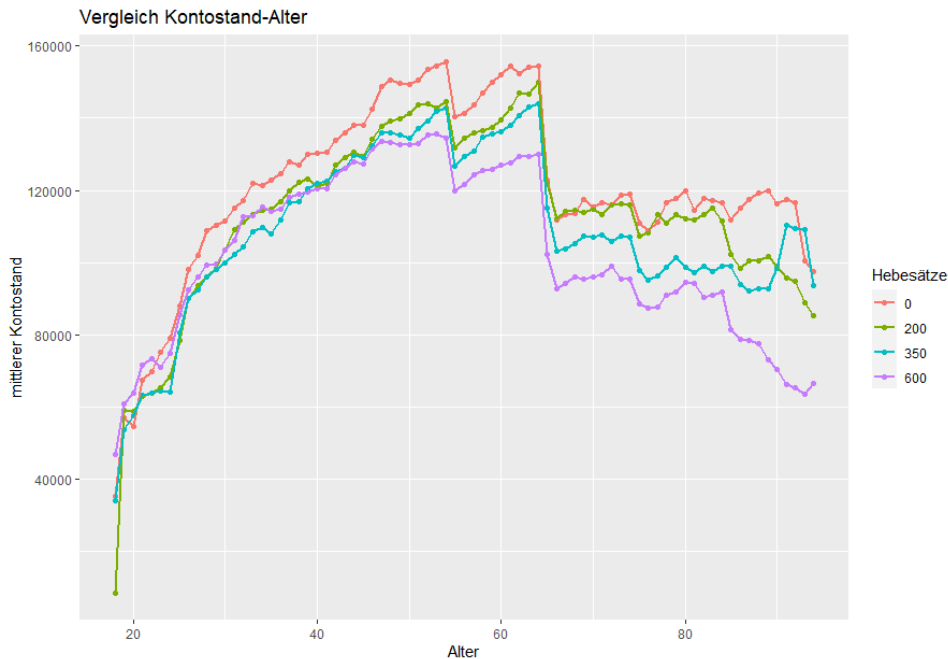


Abbildung 6.7.: Vergleich der mittleren Kontostände zum Alter in den verschiedenen Hebesätzen

erkennen, dass die einzelnen Graphen sehr ähnlich zueinander sind.

Insgesamt liegt der Graph des Vergleichsmodells immer über allen anderen Graphen. Dies indiziert eine Auswirkung der Bodenrichtwertsteuer auf das Bankguthaben der Investoren. Das *Bankguthaben* der Investoren verringert sich bei Einführung einer Bodenrichtwertsteuer und die Reduktion ist bis auf kleine Schwankungen umso größer, umso höher die Steuer ist.

Wenn man die entstandenen Graphen betrachtet, bietet sich keine lineare Regression an. In Abbildung 6.7 ist als Grundfunktion annähernd eine quadratische Kurve zu erkennen. Aus diesem Grund wird eine quadratische Regression durchgeführt. Diese ist der linearen Regression sehr ähnlich, es

## 6. Empirische Ergebnisse

gibt lediglich einen zusätzlichen Faktor, der den quadratischen Anteil der Regression repräsentiert [SW15]:

$$\hat{y} = a + b_1x + b_2x^2 + \epsilon \quad (6.1)$$

In diesen Fall ist  $y$  der Kontostand und  $x$  das Alter.

Zusätzlich zu den Kurven wird das zugehörige 95% Konfidenzintervall abgebildet. Dadurch kann die statistische Signifikanz festgestellt werden.

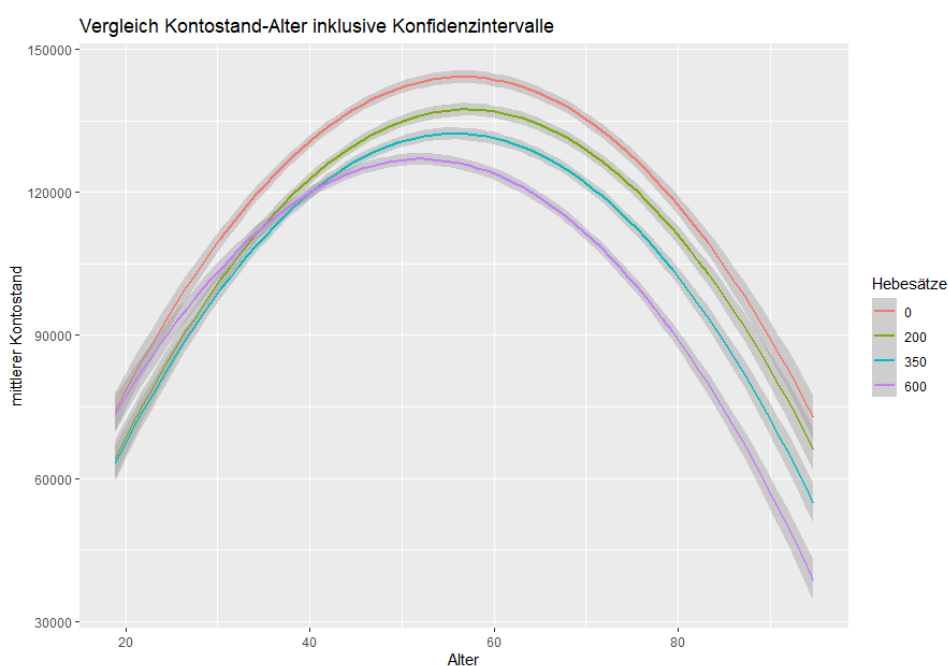


Abbildung 6.8.: Vergleich des mittleren Kontostandes mit dem Alter: quadratische Regression inklusive Konfidenzintervall

In Abbildung 6.8 sind die Ergebnisse der quadratischen Regression zu sehen. Die Anfangsvermutung, dass die Bodenrichtwertsteuer den Kontostand senkt, kann hierdurch bestätigt werden. Einzig das Modell mit einem Hebesatz von 600% hat zu Beginn eine Überschneidung mit dem Vergleichsmodell. Dies ändert sich jedoch. Ab einem Investorenalter von ca. 40 Jahren

### 6.3. Untersuchung der Metadaten der Investoren

ist diese Kurve dann auch am niedrigsten. Ab diesen Zeitpunkt sind die Kontostände der Investoren in den vier Modellen sortiert. Den höchsten Kontostand haben die Investoren im Vergleichsmodell, danach im Modell mit Hebesatz 200%, gefolgt von dem Modell mit Hebesatz 350%. Am wenigsten Geld auf dem Konto haben Investoren im Modell mit Hebesatz 600%.

Es ist ersichtlich, dass die Verringerung des Bankkapitals durch die zusätzlichen Kosten der Steuer begünstigt ist. Je höher der Hebesatz, desto weniger Geld im Vergleich zu dem 0%-Modell haben die Investoren - völlig unabhängig vom Alter- auf dem Konto. Interessanterweise steigen die Kurven aller Modell bis zu einem Alter von ca. 55 Jahren an, danach fallen sie. Dies kann mit den Hypotheken in diesem Modell zusammenhängen: Bis zu einem Alter von 65 Jahren bekommen Menschen in dem Modell Hypotheken gewährt, danach nicht mehr. Da dies unabhängig von der Bodenrichtwertsteuer ist, ist dieses Phänomen auch in allen Graphen zu erkennen.

#### 6.3.2. Untersuchung des Immobilienvermögens

Das Immobilienvermögen ergibt sich aus der Summe aller Besitztümer eines simulierten Menschen (Investoren), also die aktuell geschätzten Hauswerte abzüglich der zu zahlenden Hypothek.

In Abbildung 6.9 ist das logarithmierte Immobilienvermögen je Alter abgebildet. Hierbei fällt auf, dass das mittlere Vermögen für das jeweilige Alter in den einzelnen Hebesätzen sehr ähnlich zu sein scheint. Daher wird hier die These aufgestellt, dass die Einführung einer Bodenrichtwertsteuer nicht sich auf das Immobilienvermögen der Haushalte auswirkt.

Damit die These überprüft werden kann, wird wieder ein Analysemodell trainiert. Da im Graph erkennbar ist, dass die Daten steil ansteigen und ab einen gewissen Punkt flacher werden, ist auch hier eine lineare Regression nicht geeignet. Auf Grund des Verlaufs der Graphen wird eine kubische Regression angewendet. Ähnlich wie die quadratische besitzt die kubische

## 6. Empirische Ergebnisse

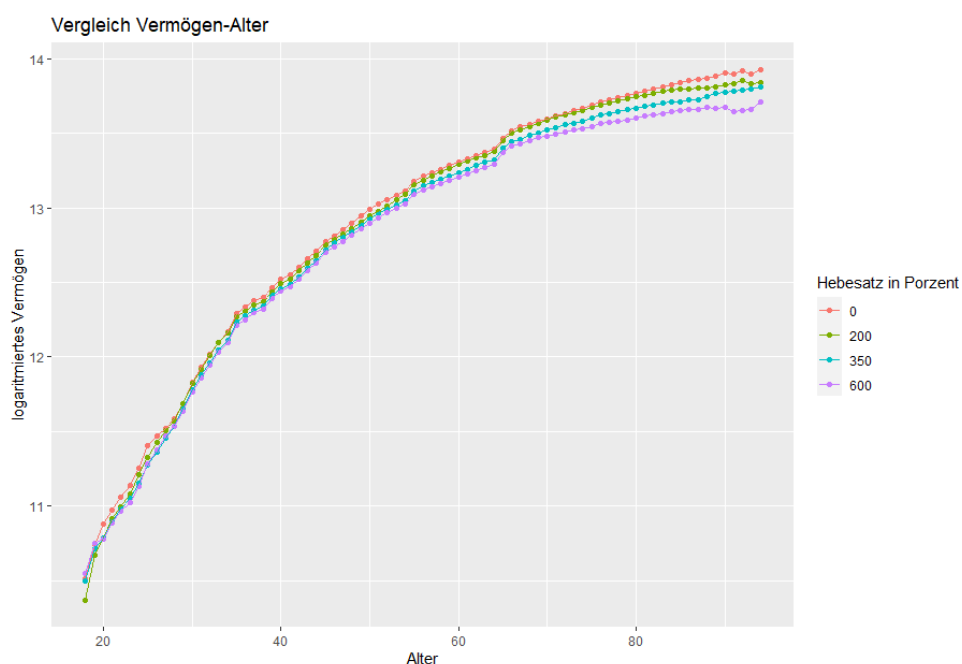


Abbildung 6.9.: Vergleich des Alters mit den Immobilienvermögen

Regression zusätzliche Faktoren: einen für den quadratischen und einen für den kubischen Teil der Regression.

$$\hat{y} = a + b_1x + b_2x^2 + b_3x + \epsilon \quad (6.2)$$

Hierbei ist  $y$  das logarithmierte Vermögen und  $x$  das Alter. In Abbildung 6.10 sind die vier geschätzten kubischen Regressionen zu sehen. Wie schon vermutet sind sich die Werte sehr ähnlich. Die Kurve des Modells mit dem Hebesatz 200% ist fast deckungsgleich zu der des Modells mit 0% Hebesatz. Hier gibt es keinen signifikanten Unterschied. Die anderen beiden Modelle haben ab einem Alter von ca. 50 Jahren einen signifikanten Unterschied zu dem Vergleichsmodell.

Die Kurven sind nach der Größe ihres Hebesatzes sortiert. Am meisten Immobilienvermögen besitzen die Investoren im Vergleichsmodell, danach im Modell mit den Hebesätzen 200%, 350% und schließlich 600%. Damit kann

### 6.3. Untersuchung der Metadaten der Investoren

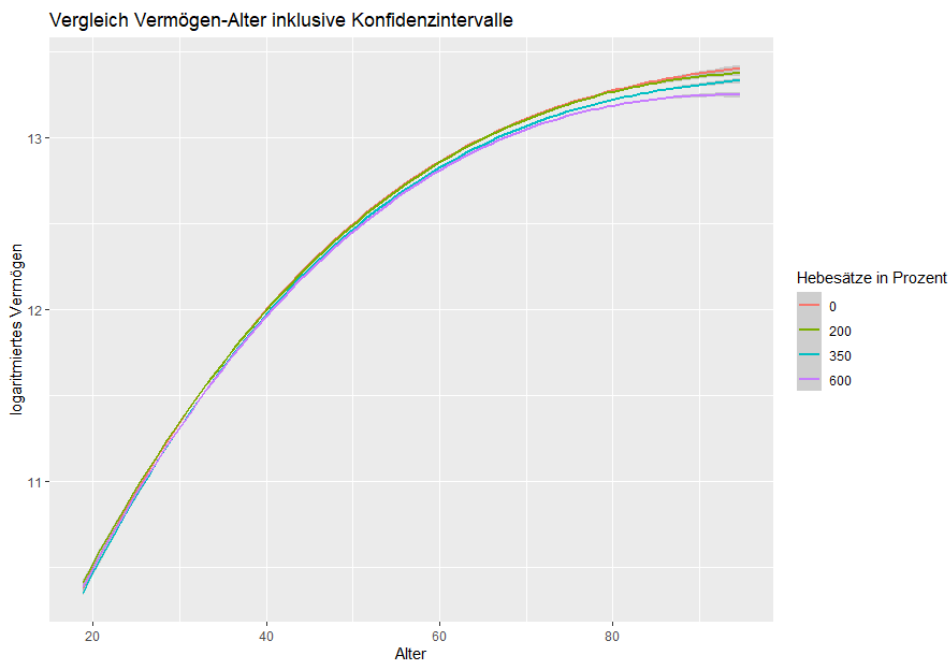


Abbildung 6.10.: Vergleich des Immobilienvermögens mit dem Alter: kubische Regression inklusive Konfidenzintervall

festgehalten werden, dass die Einführung einer Bodenrichtwertsteuer das Vermögen der Investoren negativ beeinflusst. Der Einfluss ist allerdings vergleichsweise gering.

#### 6.3.3. Untersuchung der Anzahl der Immobilien je Investor

Die *Anzahl der Immobilien* ist der letzte zu untersuchende Bereich. Hierbei wird versucht, einen Zusammenhang zwischen der Anzahl der Immobilien im Besitz je Investor und dem angewandten Hebesatz der Bodenrichtwertsteuer zu finden.

In Abbildung 6.11 ist die mittlere *Anzahl von Immobilien in Besitz* der Investoren je Alter und Hebesatz zu sehen. Anscheinend hat die Einführung

## 6. Empirische Ergebnisse

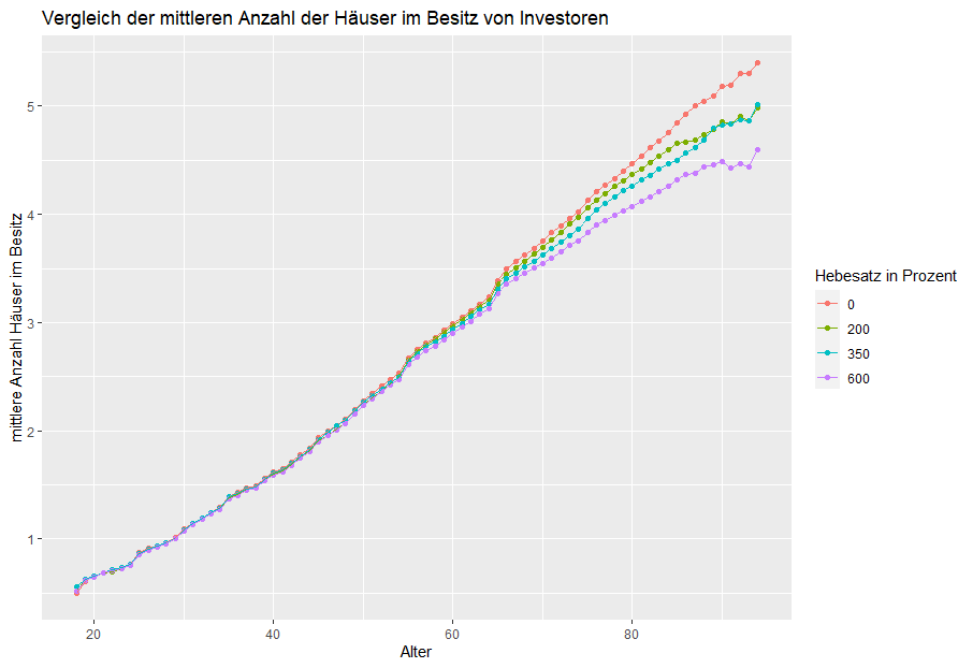


Abbildung 6.11.: Untersuchung der mittleren Anzahl der Häuser pro Investor

einer Bodenrichtwertsteuer in jungen Jahren keinen Einfluss auf die Anzahl der Häuser im Besitz. Ab einem Alter von circa 60 Jahren verändert sich die Anzahl sichtbar. Die These ist hier, dass sich ältere Investoren weniger Häuser leisten können, wenn eine Bodenrichtwertsteuer zum Einsatz kommt.

Zur Überprüfung dieser These wird eine Regression trainiert. In diesem Fall liegt eine zählende Variable („Anzahl der Häuser im Besitz“) vor. Aus diesem Grund wird eine spezielle Art der Regression angewendet.

Die Art der Regression wird mittels der Grafik in *Wahl der Modellklasse: Lineare Regression, Logit Modell etc.* [SF22] festgelegt. Aus dieser Grafik wird eine negative binominale Regression ausgewählt.

Das Ergebnis dieser Regressionen ist in Abbildung 6.12 zu sehen. Hier bestätigt sich das schon Vermutete: In den Graphen ist zu erkennen, dass ab einem Alter von ca. 50 Jahren die mittlere Anzahl der Häuser im Be-



### 6.3. Untersuchung der Metadaten der Investoren

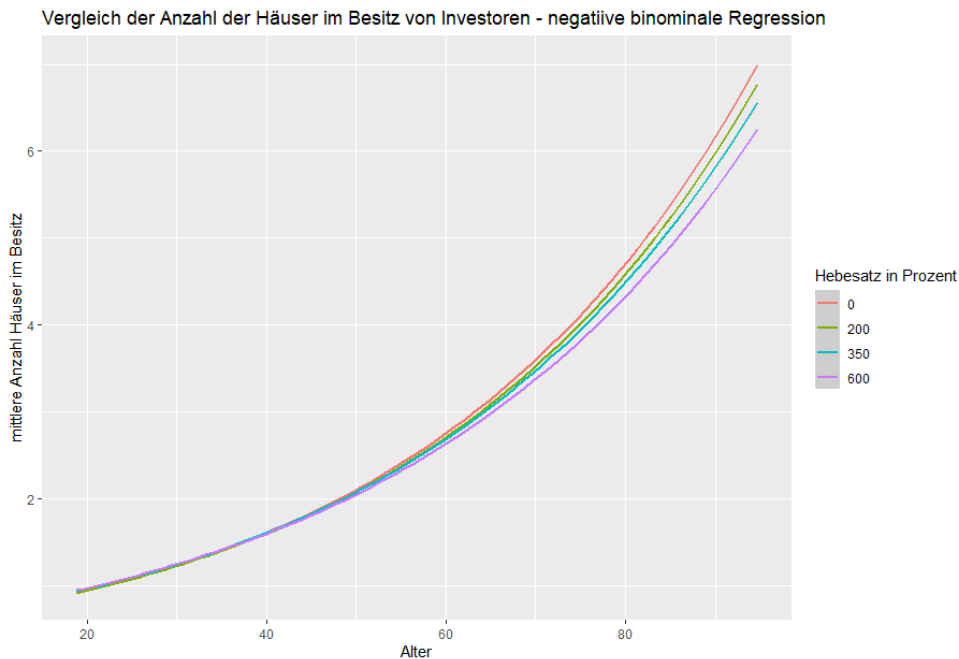


Abbildung 6.12.: Vergleich der Anzahl der Häuser im Besitz: negative binomiale Regression inklusive der Konfidenzintervalle

sitz eines Investors für die mit unterschiedlichen Hebesätzen aufgebauten Modelle unterschiedlich sind. Die mittlere Anzahl der Häuser pro Investor nimmt mit wachsendem Hebesatz immer weiter ab. Das heißt, je höher der Hebesatz und damit die Bodenrichtwertsteuer ist, desto weniger Häuser besitzen die Investoren im Mittel.

Bei einer aktiven Bodenrichtwertsteuer besitzen die Investoren also im Alter signifikant weniger Immobilien.

#### 6.3.4. Zusammenfassung der Analyseergebnisse der Metadaten

In den vorherigen Abschnitten wurde der Einfluss einer Bodenrichtwertsteuer auf die Werte der Investorvariablen *Alter*, *Bankguthaben*, *Immobilienver-*

## 6. Empirische Ergebnisse

*mögen* und *Anzahl Häuser im Besitz* der Investoren untersucht.

Direkt zu Beginn wurde festgestellt, dass die Einführung einer Bodenrichtwertsteuer keinen Einfluss auf das Alter der Investoren hat, da sich das Alter der Bevölkerung rein demographisch ist und sich somit nur an der Altersverteilung des Landes. Aus diesem Grund kann das Alter als Vergleichswert genutzt werden. Über diesen Vergleichswert können die jeweiligen Modellergebnisse hinsichtlich der betrachteten Variablen geplottet und visuell analysiert werden.

Folgende Ergebnisse und Abhängigkeiten konnten erkannt werden:

1. Das *Bankguthaben* wird anscheinend von der Bodenrichtwertsteuer beeinflusst. So haben die Investoren in den Modellen mit Hebesätzen weniger Geld auf dem Konto. Mehr noch: je höher der Hebesatz ist, desto weniger Geld besitzen die Investoren.
2. Auch das Immobilienvermögen der Investoren nimmt mit der Einführung einer Bodenrichtwertsteuer ab. Je höher die Steuer ist, desto geringer ist das *Immobilienvermögen*.
3. Dieselbe Aussage gilt auch für die *Anzahl der Häuser im Besitz*. Auch hier nimmt die Zahl mit steigenden Hebesatz ab.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die Bodenrichtwertsteuer einen signifikanten Einfluss auf alle drei Größen hat. Diese Größen nehmen ab einem gewissen Alter immer geringere Werte als im Vergleichsmodell an.

### 6.4. Zusammenfassung der empirischen Ergebnisse

In der Analyse wurden die Transaktionsdaten auf den beiden Märkten, sowie die Metadaten der Investoren näher betrachtet. Es wurde festgestellt,

#### 6.4. Zusammenfassung der empirischen Ergebnisse

dass die Einführung einer Bodenrichtwertsteuer einen signifikanten Einfluss auf alle betrachteten Größen hat.

Wie erwartet erhöhen sich die Mietpreise. Etwas komplexer sieht es bei den Kaufpreisen aus: Diese steigen zunächst an, danach fallen sie wieder.

Einen Zusammenhang zwischen Kauf- und Mietpreisen ist deutlich. Dies liegt daran, dass die Investoren versuchen werden, die zusätzlichen Kosten der Steuer durch die eine Erhöhung der Mieten auszugleichen.

Auch bei der Analyse der Metadaten der Investoren wurde festgestellt, dass die Bodenrichtwertsteuer einen signifikanten Einfluss hat. Die Metadaten *Bankguthaben*, *Immobilienvermögen* und *Anzahl der Immobilien* verringern sich signifikant, jedoch erst ab einem gewissen Alter.

Dieser Einfluss wird durch einen höheren Hebesatz verstärkt. Somit hat die Bodenrichtwertsteuer einen großen Effekt auf die Investoren betreffenden Größen.

## 7. Optimierung der Simulation

Ziel der vorliegenden Arbeit ist der Nachweis, dass die Einführung einer Bodenrichtwertsteuer einen signifikanten Einfluss auf die Investoren hat. Dementsprechend liegt der Fokus bei der Ergänzung des Modells von *Farmer et al* auf der Funktionalität und nicht beispielsweise auf der Laufzeit. Dies hat zur Folge, dass eine Simulation mit 2000 Iterationsschritten jetzt zwei Stunden dauert, während das Originalprogramm hierfür nur zwei Minuten braucht.

Ein Grund hierfür ist, dass der Algorithmus „straight-forward“ implementiert wurde.

Die Haushalte bieten auf die angebotenen Häuser. Sobald alle Haushalte ihre Gebote abgegeben haben, werden die Märkte geräumt. Für jedes Haus prüft das Programm alle Gebote und findet das beste Gebot. Dies geschieht durch verschachtelte for-Schleifen. Somit hat jeder Simulationsschritt eine maximale Dauer von  $O(n_K * m_K) + (n_M * m_M)$ . Dabei ist  $n_K$  die Anzahl der Gebote zum Kauf,  $m_K$  die Anzahl der Angebote zum Kauf,  $n_M$  ist die Anzahl der Gebote zur Miete und  $m_M$  ist die Anzahl der Angebote zur Miete.

Eine erste Optimierung der aktuellen Implementierung kann durch ein Eliminieren der verschachtelten for-Schleifen vorgenommen werden. So können zum Beispiel die Gebote der Haushalte auf die verschiedenen Immobilien in einer Matrix gespeichert werden. Diese Matrix sieht dann folgendermaßen

aus:

$$\begin{pmatrix} \text{Kaufpreis 11} & \text{Kaufpreis 12} & \cdots & \text{Kaufpreis 1n} \\ \text{Kaufpreis 21} & \text{Kaufpreis 22} & \cdot & \text{Kaufpreis 2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \text{Kaufpreis m1} & \text{Kaufpreis m2} & \cdots & \text{Kaufpreis mn} \end{pmatrix}$$

In den einzelnen Spalten stehen die Angebote, in den Zeilen die Bieter. Wenn der Bieter  $i$  auf das Angebot  $j$  bietet, so steht das Gebot unter Kaufpreis  $ij$ . Falls der Haushalt nicht auf die Immobilie bietet, so bleibt die Matrixzelle leer.

Das Programm sortiert zunächst die Angebote nach der Qualität der Häuser. Anschließend wird für jedes Haus das maximale Gebot gesucht. Das maximale Gebot auf eine Immobilie wird durch eine einfache Maximumsfunktion auf eine Spalte der Matrix ausgeführt. Dieses Gebot gewinnt die Auktion und die zugehörigen Spalte und Zeile werden aus der Matrix gelöscht. Dadurch wird sichergestellt, dass jeder Bieter maximal den Zuschlag für eine Immobilie erhält und jede Immobilie maximal einmal verkauft wird. Durch dieses Vorgehen kann die maximale Dauer jedes Simulationsschrittes auf maximal  $O(\min(n_K, m_K) + \min(n_M, m_M))$  verringert werden.

Um dies umzusetzen muss das ganze Bietverfahren und die Markträumung im Programm angepasst werden. Das angepasste Verfahren hat dann folgenden Ablauf:

1. Anlegen der Angebots-Spalten
2. Anlegen der Bieter-Zeilen
3. Markt „clearn“

Ob der Nutzen hierfür den zu erwartenden Aufwand rechtfertigt, ist zu prüfen.

# 8. Diskussion und Zusammenfassung

## 8.1. Diskussion

Zentrales Element dieser Arbeit ist die Untersuchung der Auswirkungen einer Bodenrichtwertsteuer auf den Immobilienmarkt. Hierbei wird ein spezielles Augenmerk auf die Investoren gelegt.

Für dieses Ziel wurde das von *Farmer et al* [BFH<sup>+</sup>16] entwickelte Modell erweitert. So muss der Hausbesitzer in der erweiterten Fassung eine Steuer für sein Haus zahlen. Diese Steuer ist die sogenannte Bodenrichtwertsteuer, wie sie auch das Land Baden-Württemberg umgesetzt hat [Min20].

Somit werden in dem entwickelten Modell zwei Immobilienmärkte vermischt: das Modell ist auf den britischen ausgelegt, während die Steuer speziell für den baden-württembergischen Immobilienmarkt eingesetzt wird.

Aus diesen Gründen können keine qualitativen Aussagen getroffen werden, sondern nur Tendenzen. In Kapitel 6 wurde gezeigt, dass die Bodenrichtwertsteuer auf den simulierten Immobilienmarkt einen Einfluss hat. Genauso wie erwartet fallen die Kaufpreise im Allgemeinen und die Mietpreise steigen. Interessanterweise steigen im Modell mit einem Hebesatz von 200% die Kaufpreise. Anscheinend gibt es einen Zusammenhang zwischen Miet- und Kaufpreise. Je mehr Kosten die Investoren haben, desto teurer sind auch die Mieten.

Ein besonderes Interesse gilt den Investoren. Deshalb wird ein besonderes

Augenmerk auf deren Metadaten *Bankguthaben*, *Immobilienvermögen* und *Anzahl der Häuser im Besitz* gelegt. Die Einführung einer Bodenrichtwertsteuer hat anscheinend einen signifikanten Einfluss auf diese Metadaten. Je höher die Steuer, desto weniger *Bankguthaben*, *Vermögen* und auch *Anzahl der Häuser im Besitz* haben die Investoren. Die statistische Signifikanz der hier aufgestellten Annahmen und Thesen wird durch verschiedene Regressionen gezeigt.

Für die Simulation wurden einige Vereinfachungen getroffen. So enthält das Vergleichsmodell keine Steuer. Dies ist natürlich in der Realität nicht der Fall. Eine mögliche weitere Entwicklung ist, dass im Vergleichsmodell die Steuer auf den Mieter abwälzbar ist, während im Analysemodell diese nicht abwälzbar ist. Dann könnten die Modelle verglichen werden, in einem Modell zahlt der Mieter die Steuer (klassische Version der Steuer), in dem anderen Modell zahlt der Investor die Steuer (Bodenrichtwertsteuer). An dieser Stelle sind dann die Transaktionspreise von spezieller Bedeutung. Es ist davon auszugehen, dass hier ein signifikanter Unterschied zwischen den beiden Modellen vorhanden ist. Im klassischen Modell wird bezüglich der Kaufpreise eine Steigerung gegenüber dem Modell mit der Bodenrichtwertsteuer erwartet, während die Mietpreise steigen werden. In der Simulation wurden nur Einfamilienhäuser betrachtet. Bei Mehrfamilienhäusern wird die Bodenrichtwertsteuer auf alle Besitzer von Wohnungen in dem Gebäude aufgeteilt. Das kann ein sehr großer Vorteil im Vergleich zur heutigen Steuererhebung sein. Daher muss dies noch genauer untersucht werden.

Baden-Württemberg hat bei der Berechnung der Bodenrichtwertsteuer eine zusätzliche Unterscheidung zwischen den vorwiegend zu Wohnzwecken genutzten Immobilien und anderen getätigt. Für diese Art der Immobilien verringert sich die Steuermesszahl um 30%. Diese Unterscheidung ist in dem Modell nicht implementiert, alle Immobilien werden mit der ursprünglichen

## 8. Diskussion und Zusammenfassung

Steuermesszahl von 1.3‰ behandelt.

In der aktuellen Version der Simulation sind die Hausgröße und die Lage gleichverteilt. Da dies mit ziemlicher Sicherheit nicht der Realität entspricht, sollten hier realistischere Verteilungen in künftigen Untersuchungen mit eingebracht werden. Ein vielversprechender Ansatz ist hier eine Normalverteilung zu Grunde zu legen.

In Kapitel 5 wurde die **Konvergenz** festgestellt. Somit ist das Verfahren ab einen gewissen Punkt konvergiert. Um die benötigten Simulationsschritte für eine Konvergenz zu bestimmen wurde eine Simulation mit 100.000 Iterationsschritten gemacht. Mittels dieser Simulation wurde für die einzelnen Kaufpreise eine Varianz geschätzt. Hier steckt die Annahme des *Gesetz der großen Zahlen* dahinter. Dieses besagt, dass jede statistische Größe bei einer hohen Anzahl von Simulationen gegen ihren echten Wert konvergiert.

Es gibt einen Trade-Off zwischen einer angemessenen Konvergenz und Performanz. Da die gesamte Simulation zum aktuellen Zeitpunkt nicht performant ist, wird eine größere Konfidenzbandlänge akzeptiert. Diese Länge ist 0.1, was bedeutet, der wahre Wert hat maximal einen 5% Fehler.

Es werden qualitativen Ergebnisse entstehen. Somit können nur Trends ist das Ergebnis gefunden werden. Aus diesem Grund ist das Ergebnis für uns schon ausreichend.

In Kapitel 7 wurde eine mögliche Performance-Verbesserung betrachtet. Die Grundidee ist die Räumung der Märkte mittels einer Matrix. Dies ist aktuell noch nicht implementiert und kann in weiteren Aufbaustufen erfolgen.



## 8.2. Zusammenfassung

Diese Ausarbeitung beschäftigt sich mit einer Untersuchung der Auswirkungen der Bodenrichtwertsteuer auf den Immobilienmarkt. Ein spezielles Augenmerk liegt hierbei auf den Investoren.

Dafür wurde das Modell von *Farmer et al* [BFH<sup>+</sup>16] zur Simulation des britischen Immobilienmarktes um ein für Hausbesitzer zu zahlende Bodenrichtwertsteuer nach dem baden-württembergischen Modell [Min20] ergänzt. Gemäß den Vorgaben aus Baden-Württemberg sind nur die Größe und Lage des Grundstücks für die Berechnung der Steuer wichtig.

Damit die Ergebnisse der Simulation auch stabil sind, wird ein Zeitpunkt bestimmt, ab dem das Verfahren konvergiert ist. In Kapitel 2 wird gezeigt, dass die Konvergenz von Agenten basierten Verfahren nicht gut rechnerisch gezeigt werden kann. Hierfür müssen alle einzelnen Größen gegen einen Wert konvergieren. Dieser Simulationszeitpunkt wird bestimmt, indem die Varianzen für die einzelnen Hausqualitäten geschätzt wird. Mittels dieser Varianz wird anschließend die benötigte Anzahl der Simulationsschritte für eine bestimmte Konfidenzbandlänge bestimmt. Der Trade-Off zwischen Performance und Genauigkeit war bei einer Konfidenzbandlänge von 0.1 am besten. Auf Basis dieser Erkenntnis werden bei der Analyse der empirischen Ergebnisse nur die Werte ab einen Zeitpunkt von 40.000 betrachtet Kapitel 5.

Obwohl das Modell mit einigen Vereinfachungen arbeitet (z.B. gibt es im Modell nur Einfamilienhäuser), haben die Analysen in Kapitel 6 gezeigt, dass die Einführung einer Bodenrichtwertsteuer einen signifikanten Einfluss auf den Immobilienmarkt hat. So sinken die Kaufpreise bei einem zeitgleichen Steigen der Mietpreise. Auch auf die Investoren hat diese Art der Steuer einen großen Einfluss: So haben die Investoren weniger Geld auf dem Konto, sie haben weniger Immobilienvermögen und auch weniger Häuser im Besitz. Das kann auch bedeuten, dass die Immobilien gleichmäßiger verteilt sind, da es mit der Bodenrichtwertsteuer nicht mehr viele Investoren gibt, die viele Immobilien besitzen.

# A. Simulationsergebnisse

An dieser Stelle werden einige Ergebnisse dargestellt

## A.1. Transaktionsdaten

### A.1.1. Kaufpreis der Immobilien

Hausqualität	Hebesatz 0%	Hebesatz 200% (Änderung in %)	Hebesatz 350% (Änderung in %)	Hebesatz 600% (Änderung in %)
0	52653.83	54167.75 (2.86%)	51690.40 (-1.83%)	50918.40 (-3.26)
1	53796.63	55330.60 (2.85%)	52808.38 (-1.84%)	52013.87 (-3.31)
2	54964.23	56518.40 (2.83%)	53950.53 (-1.84%)	53132.91 (-3.33)
3	56157.17	57731.71 (2.80%)	55117.39 (-1.85%)	54276.02 (-3.35)
4	57376.00	58971.07 (2.78%)	56309.48 (-1.86%)	55443.73 (-3.37%)
5	58621.29	60237.03 (2.76%)	57527.36 (-1.87%)	56636.55 (-3.39%)
6	59893.60	61530.17 (2.73%)	58771.58 (-1.87%)	57855.05 (-3.40%)
7	61193.53	62851.07	60042.71	59099.75

A.1. Transaktionsdaten

		(2.71%)	(-1.88%)	(-3.42%)
8	62521.67	64200.32	61341.33	60371.24
		(2.68%)	(-1.89%)	(-3.44%)
9	63878.63	65578.54	62668.03	61670.08
		(2.66%)	(-1.90%)	(-3.46%)
10	65265.05	66986.35	64023.44	62996.86
		(2.64%)	(-1.90%)	(-3.48%)
11	66681.56	68424.38	65408.15	64352.19
		(2.61%)	(-1.91%)	(-3.49%)
12	68128.81	69893.28	66822.82	65736.68
		(2.59%)	(-1.92%)	(-3.51%)
13	69607.48	71393.71	68268.08	67150.95
		(2.57%)	(-1.92%)	(-3.53%)
14	71118.24	72926.36	69744.60	68595.65
		(2.54%)	(-1.93%)	(-3.55%)
15	72661.78	74491.90	71253.06	70071.43
		(2.52%)	(-1.94%)	(-3.56%)
16	74238.83	76091.06	72794.14	71578.96
		(2.49%)	(-1.95%)	(-3.58%)
17	75850.10	77724.54	74368.55	73118.93
		(2.47%)	(-1.95%)	(-3.60%)
18	77496.35	79393.09	75977.02	74692.03
		(2.45%)	(-1.96%)	(-3.61%)
19	79178.33	81097.46	77620.27	76298.97
		(2.42%)	(-1.97%)	(-3.64%)
20	80896.81	82838.42	79299.07	77940.48
		(2.40%)	(-1.98%)	(-3.65%)
21	82652.59	84616.76	81014.17	79617.31
		(2.38%)	(-1.98%)	(-3.67%)
22	84446.47	86433.27	82766.37	81330.21

A. Simulationsergebnisse

		(2.35%)	(-1.98%)	(-3.69%)
23	86279.30	88288.77	84556.46	83079.97
		(2.33%)	(-2.00%)	(-3.71%)
24	88151.90	90184.11	86385.27	84867.37
		(2.31%)	(-2.00%)	(-3.73%)
25	90065.14	92120.14	88253.64	86693.23
		(2.28%)	(-2.01%)	(-3.74%)
26	92019.91	94097.73	90162.41	88558.37
		(2.26%)	(-2.02%)	(-3.76%)
27	94017.10	96117.77	92112.47	90463.63
		(2.23%)	(-2.03%)	(-3.78%)
28	96057.65	98181.18	94104.70	92409.88
		(2.21%)	(-2.03%)	(-3.80%)
29	98142.48	100288.88	96140.03	94398.01
		(2.19%)	(-2.04%)	(-3.82%)
30	100272.55	102441.83	98219.37	96428.91
		(2.16%)	(-2.05%)	(-3.83%)
31	102448.86	104641.00	100343.69	98503.50
		(2.14%)	(-2.05%)	(-3.85%)
32	104672.41	106887.38	102513.95	100622.73
		(2.12%)	(-2.06%)	(-3.87%)
33	106944.21	109181.99	104731.15	102787.55
		(2.09%)	(-2.07%)	(-3.89%)
34	109265.32	111525.85	106996.31	104998.94
		(2.07%)	(-2.08%)	(-3.90%)
35	111636.81	113920.03	109310.45	107257.92
		(2.05%)	(-2.08%)	(-3.92%)
36	114059.77	116365.61	111674.65	109565.49
		(2.02%)	(-2.09%)	(-3.94%)
37	116535.32	118863.69	114089.98	111922.70

A.1. Transaktionsdaten

		(2.00%)	(-2.10%)	(-3.96%)
38	119064.59	121415.39	116557.55	114330.63
		(1.97%)	(-2.11%)	(-3.98%)
39	121648.76	124021.88	119078.49	116790.37
		(1.95%)	(-2.11%)	(-3.99%)
40	124289.02	126684.32	121653.96	119303.02
		(1.93%)	(-2.12%)	(-4.01%)
41	126986.58	129403.91	124285.12	121869.73
		(1.90%)	(-2.13%)	(-4.03%)
42	129742.69	132181.89	126973.20	124491.66
		(1.88%)	(-2.13%)	(-4.05%)
43	132558.62	135019.50	129719.41	127170.01
		(1.86%)	(-2.14%)	(-4.07%)
44	135435.66	137918.03	132525.02	129905.97
		(1.83%)	(-2.15%)	(-4.08%)
45	138375.15	140878.79	135391.31	132700.80
		(1.81%)	(-2.16%)	(-4.10%)
46	141378.44	143903.10	138319.59	135555.75
		(1.79%)	(-2.16%)	(-4.12%)
47	144446.91	146992.34	141311.20	138472.13
		(1.76%)	(-2.17%)	(-4.14%)
48	147581.98	150147.90	144367.52	141451.25
		(1.74%)	(-2.18%)	(-4.15%)
49	150785.09	153371.20	147489.94	144494.46
		(1.72%)	(-2.19%)	(-4.17%)
50	154057.72	156663.70	150679.90	147603.15
		(1.69%)	(-2.19%)	(-4.19%)
51	157401.38	160026.87	153938.85	150778.71
		(1.67%)	(-2.20%)	(-4.21%)
52	160817.61	163462.25	157268.28	154022.60

A. Simulationsergebnisse

		(1.64%)	(-2.21%)	(-4.23%)
53	164307.98	166971.38	160669.72	157336.28
		(1.62%)	(-2.21%)	(-4.24%)
54	167874.11	170555.83	164144.73	160721.24
		(1.60%)	(-2.22%)	(-4.26%)
55	171517.64	174217.24	167694.90	164179.04
		(1.57%)	(-2.23%)	(-4.28%)
56	175240.25	177957.25	171321.85	167711.22
		(1.55%)	(-2.24%)	(-4.30%)
57	179043.66	181777.54	175027.25	171319.40
		(1.53%)	(-2.24%)	(-4.31%)
58	182929.61	185679.85	178812.79	175005.20
		(1.50%)	(-2.25%)	(-4.33%)
59	186899.90	189665.93	182680.21	178770.30
		(1.48%)	(-2.26%)	(-4.35%)
60	190956.37	193737.59	186631.27	182616.41
		(1.46%)	(-2.26%)	(-4.37%)
61	195100.88	197896.65	190667.78	186545.26
		(1.43%)	(-2.27%)	(-4.39%)
62	199335.33	202144.99	194791.60	190558.63
		(1.41%)	(-2.28%)	(-4.40%)
63	203661.70	206484.54	199004.60	194658.35
		(1.39%)	(-2.29%)	(-4.42%)
64	208081.96	210917.25	203308.73	198846.28
		(1.36%)	(-2.29%)	(-4.44%)
65	212598.16	215445.11	207705.95	203124.30
		(1.34%)	(-2.30%)	(-4.46%)
66	217212.37	220070.18	212198.28	207494.36
		(1.32%)	(-2.31%)	(-4.47%)
67	221926.74	224794.53	216787.76	211958.44

A.1. Transaktionsdaten

		(1.29%)	(-2.32%)	(-4.49%)
68	226743.42	229620.31	221476.51	216518.56
		(1.27%)	(-2.32%)	(-4.51%)
69	231664.65	234549.68	226266.66	221176.79
		(1.25%)	(-2.33%)	(-4.53%)
70	236692.69	239584.88	231160.42	225935.24
		(1.22%)	(-2.34%)	(-4.54%)
71	241829.85	244728.16	236160.03	230796.06
		(1.20%)	(-2.34%)	(-4.56%)
72	247078.51	249981.86	241267.76	235761.46
		(1.18%)	(-2.35%)	(-4.58%)
73	252441.09	255348.35	246485.97	240833.68
		(1.15%)	(-2.36%)	(-4.60%)
74	257920.06	260830.04	251817.04	246015.03
		(1.13%)	(-2.37%)	(-4.62%)
75	263517.94	266429.41	257263.41	251307.85
		(1.10%)	(-2.37%)	(-4.63%)
76	269237.32	272148.98	262827.58	256714.55
		(1.08%)	(-2.38%)	(-4.65%)
77	275080.83	277991.34	268512.09	262237.56
		(1.06%)	(-2.39%)	(-4.67%)
78	281051.17	283959.11	274319.54	267879.40
		(1.03%)	(-2.40%)	(-4.69%)
79	287151.09	290055.00	280252.61	273642.61
		(1.01%)	(-2.40%)	(-4.70%)
80	293383.40	296281.76	286313.99	279529.82
		(0.99%)	(-2.41%)	(-4.72%)
81	299750.97	302642.19	292506.47	285543.69
		(0.96%)	(-2.42%)	(-4.74%)
82	306256.75	309139.16	298832.88	291686.94

A. Simulationsergebnisse

		(0.94%)	(-2.42%)	(-4.76%)
83	312903.73	315775.60	305296.12	297962.36
		(0.92%)	(-2.43%)	(-4.78%)
84	319694.97	322554.51	311899.16	304372.79
		(0.89%)	(-2.44%)	(-4.79%)
85	326633.61	329478.95	318645.00	310921.13
		(0.87%)	(-2.45%)	(-4.81%)
86	333722.85	336552.04	325536.75	317610.36
		(0.85%)	(-2.45%)	(-4.83%)
87	340965.95	343776.97	332577.55	324443.50
		(0.82%)	(-2.46%)	(-4.85%)
88	348366.26	351157.00	339770.63	331423.65
		(0.80%)	(-2.47%)	(-4.86%)
89	355927.18	358695.46	347119.28	338553.97
		(0.78%)	(-2.47%)	(-4.88%)
90	363652.20	366395.75	354626.88	345837.69
		(0.75%)	(-2.48%)	(-4.90%)
91	371544.89	374261.35	362296.85	353278.12
		(0.73%)	(-2.49%)	(-4.92%)
92	379608.88	382295.80	370132.71	360878.63
		(0.71%)	(-2.50%)	(-4.93%)
93	387847.89	390502.74	378138.05	368642.65
		(0.68%)	(-2.50%)	(-4.95%)
94	396265.71	398885.85	386316.52	376573.71
		(0.66%)	(-2.51%)	(-4.97%)
95	404866.24	407448.93	394671.89	384675.40
		(0.64%)	(-2.52%)	(-4.99%)
96	413653.44	416195.84	403207.96	392951.39
		(0.61%)	(-2.53)	(-5.00%)
97	422631.35	425130.53	411928.66	401405.44



### A.1. Transaktionsdaten

98	431804.11	(0.59%) 434257.01	(-2.53%) 420837.97	(-5.02%) 410041.36
99	441175.96	(0.57%) 443579.42	(-2.54%) 429939.97	(-5.04%) 418863.08
		(0.54%)	(-2.55%)	(-5.06%)

Tabelle A.1.: Geschätzter Verkaufswert pro Hausqualität

### A.1.2. Mietpreis der Immobilien

Hausqualität	Hebesatz 0%	Hebesatz 200% (Änderung in %)	Hebesatz 350% (Änderung in %)	Hebesatz 600% (Änderung in %)
0	120.1506	126.6026 (5.37%)	125.8484 (4.74%)	122.2528 (1.75%)
1	122.6816	129.2546 (5.35%)	128.4811 (4.73%)	124.8201 (1.74%)
2	125.2660	131.9621 (5.35%)	131.1689 (4.71%)	127.4414 (1.74%)
3	127.9048	134.7264 (5.33%)	133.9130 (4.70%)	130.1177 (1.73%)
4	130.5992	137.5485 (5.32%)	136.7144 (4.68%)	132.8502 (1.72%)
5	133.3504	140.4297 (5.31%)	139.5744 (4.67%)	135.6401 (1.72%)
6	136.1595	143.3713 (5.30%)	142.4943 (4.65%)	138.4886 (1.71%)
7	139.0278	146.3746 (5.28%)	145.4753 (4.64%)	141.3968 (1.70%)
8	141.9565	149.4407 (5.27%)	148.5186 (4.63%)	144.3662 (1.70%)
9	144.9469	152.5710	151.6256	147.3979

A. Simulationsergebnisse

		(5.26%)	(4.61%)	(1.69%)
10	148.0004	155.7670	154.7975	150.4933
		(5.25%)	(4.59%)	(1.68%)
11	151.1181	159.0298	158.0359	153.6537
		(5.24%)	(4.58%)	(1.68%)
12	154.3015	162.3611	161.3419	156.8805
		(5.22%)	(4.56%)	(1.67%)
13	157.5520	165.7621	164.7172	160.1750
		(5.21%)	(4.55%)	(1.66%)
14	160.8709	169.2343	168.1630	163.5387
		(5.20%)	(4.53%)	(1.66%)
15	164.2598	172.7793	171.6810	166.9731
		(5.19%)	(4.52%)	(1.65%)
16	167.7200	176.3985	175.2725	170.4796
		(5.17%)	(4.50%)	(1.65%)
17	171.2532	180.0936	178.9392	174.0597
		(5.16%)	(4.49%)	(1.64%)
18	174.8607	183.8660	182.6826	177.7150
		(5.15%)	(4.47%)	(1.63%)
19	178.5443	187.7175	186.5042	181.4470
		(5.14%)	(4.46%)	(1.63%)
20	182.3055	191.6496	190.4059	185.2575
		(5.13%)	(4.44%)	(1.62%)
21	186.1459	195.6641	194.3891	189.1479
		(5.11%)	(4.43%)	(1.61%)
22	190.0672	199.7627	198.4557	193.1201
		(5.10%)	(4.41%)	(1.61%)
23	194.0711	203.9472	202.6074	197.1756
		(5.09%)	(4.40%)	(1.60%)
24	198.1593	208.2193	206.8459	201.3164

A.1. Transaktionsdaten

		(5.08%)	(4.38%)	(1.59%)
25	202.3337	212.5809	211.1731	205.5440
		(5.06%)	(4.37%)	(1.59%)
26	206.5960	217.0339	215.5908	209.8605
		(5.05%)	(4.35%)	(1.58%)
27	210.9481	221.5801	220.1009	214.2676
		(5.04%)	(4.34%)	(1.57%)
28	215.3918	226.2216	224.7053	218.7673
		(5.03%)	(4.32%)	(1.57%)
29	219.9292	230.9603	229.4061	223.3615
		(5.02%)	(4.31%)	(1.56%)
30	224.5622	235.7982	234.2053	228.0521
		(5.00%)	(4.29%)	(1.55%)
31	229.2928	240.7375	239.1048	232.8413
		(4.99%)	(4.28%)	(1.55%)
32	234.1230	245.7803	244.1068	237.7310
		(4.98%)	(4.26%)	(1.54%)
33	239.0549	250.9287	249.2135	242.7234
		(4.97%)	(4.25%)	(1.53%)
34	244.0908	256.1849	254.4270	247.8207
		(4.95%)	(4.23%)	(1.53%)
35	249.2327	261.5513	259.7495	253.0250
		(4.94%)	(4.22%)	(1.52%)
36	254.4830	267.0300	265.1835	258.3385
		(4.93%)	(4.20%)	(1.52%)
37	259.8439	272.6236	270.7310	263.7637
		(4.92%)	(4.19%)	(1.51%)
38	265.3177	278.3342	276.3947	269.3028
		(4.91%)	(4.18%)	(1.50%)
39	270.9068	284.1646	282.1768	274.9582

A. Simulationsergebnisse

		(4.89%)	(4.16%)	(1.50%)
40	276.6136	290.1170	288.0799	280.7324
		(4.88%)	(4.15%)	(1.49%)
41	282.4407	296.1941	294.1065	286.6279
		(4.87%)	(4.13%)	(1.48%)
42	288.3905	302.3985	300.2591	292.6471
		(4.86%)	(4.12%)	(1.48%)
43	294.4657	308.7329	306.5405	298.7928
		(4.85%)	(4.10%)	(1.47%)
44	300.6688	315.2000	312.9533	305.0675
		(4.83%)	(4.09%)	(1.46%)
45	307.0026	321.8025	319.5002	311.4740
		(4.82%)	(4.07%)	(1.46%)
46	313.4698	328.5434	326.1841	318.0150
		(4.81%)	(4.06%)	(1.45%)
47	320.0733	335.4254	333.0078	324.6934
		(4.80%)	(4.04%)	(1.44%)
48	326.8159	342.4516	339.9742	331.5121
		(4.78%)	(4.03%)	(1.44%)
49	333.7005	349.6250	347.0864	338.4739
		(4.77%)	(4.01%)	(1.43%)
50	340.7301	356.9487	354.3474	345.5819
		(4.76%)	(4.00%)	(1.42%)
51	347.9078	364.4257	361.7603	352.8392
		(4.75%)	(3.98%)	(1.42%)
52	355.2368	372.0594	369.3282	360.2489
		(4.74%)	(3.97%)	(1.41%)
53	362.7201	379.8530	377.0545	367.8142
		(4.72%)	(3.95%)	(1.40%)
54	370.3610	387.8098	384.9424	375.5384

A.1. Transaktionsdaten

		(4.71%)	(3.94%)	(1.40%)
55	378.1630	395.9333	392.9953	383.4248
		(4.70%)	(3.92%)	(1.39%)
56	386.1292	404.2270	401.2167	391.4768
		(4.69%)	(3.91%)	(1.38%)
57	394.2633	412.6944	409.6101	399.6979
		(4.67%)	(3.89%)	(1.38%)
58	402.5688	421.3392	418.1791	408.0917
		(4.66%)	(3.88%)	(1.37%)
59	411.0492	430.1650	426.9273	416.6617
		(4.65%)	(3.86%)	(1.37%)
60	419.7082	439.1758	435.8585	425.4117
		(4.64%)	(3.85%)	(1.36%)
61	428.5496	448.3752	444.9766	434.3455
		(4.63%)	(3.83%)	(1.35%)
62	437.5774	457.7674	454.2854	443.4668
		(4.61%)	(3.82%)	(1.35%)
63	446.7952	467.3563	463.7890	452.7797
		(4.60%)	(3.80%)	(1.34%)
64	456.2073	477.1461	473.4914	462.2882
		(4.59%)	(3.79%)	(1.33%)
65	465.8176	487.1410	483.3967	471.9964
		(4.58%)	(3.77%)	(1.33%)
66	475.6304	497.3452	493.5093	481.9084
		(4.57%)	(3.76%)	(1.32%)
67	485.6499	507.7631	503.8334	492.0286
		(4.55%)	(3.74%)	(1.31%)
68	495.8805	518.3993	514.3735	502.3613
		(4.54%)	(3.73%)	(1.31%)
69	506.3265	529.2583	525.1341	512.9110

A. Simulationsergebnisse

		(4.53%)	(3.71%)	(1.30%)
70	516.9927	540.3448	536.1198	523.6823
		(4.52%)	(3.70%)	(1.29%)
71	527.8835	551.6635	547.3354	534.6797
		(4.50%)	(3.68%)	(1.29%)
72	539.0037	563.2192	558.7855	545.9081
		(4.49%)	(3.67%)	(1.28%)
73	550.3582	575.0171	570.4752	557.3723
		(4.48%)	(3.66%)	(1.27%)
74	561.9519	587.0620	582.4094	569.0773
		(4.47%)	(3.64%)	(1.27%)
75	573.7898	599.3593	594.5933	581.0281
		(4.46%)	(3.63%)	(1.26%)
76	585.8771	611.9142	607.0321	593.2298
		(4.44%)	(3.61%)	(1.25%)
77	598.2191	624.7320	619.7311	605.6878
		(4.43%)	(3.60%)	(1.25%)
78	610.8210	637.8184	632.6957	618.4073
		(4.42%)	(3.58%)	(1.24%)
79	623.6884	651.1789	645.9316	631.3940
		(4.41%)	(3.57%)	(1.24%)
80	636.8268	664.8192	659.4444	644.6535
		(4.40%)	(3.55%)	(1.23%)
81	650.2420	678.7453	673.2398	658.1913
		(4.38%)	(3.54%)	(1.22%)
82	663.9398	692.9630	687.3239	672.0135
		(4.37%)	(3.52%)	(1.22%)
83	677.9262	707.4786	701.7026	686.1260
		(4.36%)	(3.51%)	(1.21%)
84	692.2072	722.2983	716.3821	700.5348

A.1. Transaktionsdaten

		(4.35%)	(3.49%)	(1.20%)
85	706.7890	737.4284	731.3686	715.2462
		(4.34%)	(3.48%)	(1.20%)
86	721.6780	752.8754	746.6687	730.2665
		(4.32%)	(3.46%)	(1.19%)
87	736.8807	768.6460	762.2889	745.6023
		(4.31%)	(3.45%)	(1.18%)
88	752.4036	784.7469	778.2358	761.2601
		(4.30%)	(3.43%)	(1.18%)
89	768.2535	801.1852	794.5164	777.2468
		(4.29%)	(3.42%)	(1.17%)
90	784.4374	817.9677	811.1375	793.5691
		(4.27%)	(3.40%)	(1.16%)
91	800.9621	835.1018	828.1063	810.2343
		(4.26%)	(3.39%)	(1.16%)
92	817.8349	852.5948	845.4302	827.2494
		(4.25%)	(3.37%)	(1.15%)
93	835.0632	870.4542	863.1164	844.6218
		(4.24%)	(3.36%)	(1.14%)
94	852.6544	888.6877	881.1726	862.3591
		(4.23%)	(3.34%)	(1.14%)
95	870.6162	907.3032	899.6066	880.4688
		(4.21%)	(3.33%)	(1.13%)
96	888.9563	926.3086	918.4262	898.9589
		(4.20%)	(3.32%)	(1.13%)
97	907.6828	945.7122	937.6395	917.8372
		(4.19%)	(3.30%)	(1.12%)
98	926.8038	965.5221	957.2547	937.1120
		(4.18%)	(3.29%)	(1.11%)
99	946.3276	985.7471	977.2803	956.7916

## A. Simulationsergebnisse

	(4.17%)	(3.27%)	(1.11%)
--	---------	---------	---------

Tabelle A.2.: geschätzter Verkaufswert der Mietimmobilien je Hausqualität

## A.2. Validierung der Ergebnisse

Hier wird die benötigte Anzahl von Simulationsschritten für die Breiten der Konfidenzintervalle bei dem jeweiligen  $\sigma$  aufgeführt.

Hausqualität	KI 1	KI 0.1	KI 0.01	KI 0.001
0	281.2388	28123.88	2812388	281238808
1	289.2632	28926.32	2892632	289263157
2	292.9900	29299.00	2929900	292990003
3	296.0708	29607.08	2960708	296070796
4	297.8371	29783.71	2978371	297837079
5	299.8687	29986.87	2998687	299868695
6	301.6141	30161.41	3016141	301614071
7	302.6437	30264.37	3026437	302643742
8	303.8848	30388.48	3038848	303884829
9	305.4254	30542.54	3054254	305425384
10	306.4575	30645.75	3064575	306457539
11	307.5022	30750.22	3075022	307502244
12	308.5761	30857.61	3085761	308576083
13	309.4068	30940.68	3094068	309406821
14	310.4884	31048.84	3104884	310488383
15	311.5102	31151.02	3115102	311510157
16	312.3236	31232.36	3123236	312323581
17	313.2136	31321.36	3132136	313213615
18	313.9533	31395.33	3139533	313953268
19	314.8344	31483.44	3148344	314834448
20	315.6605	31566.05	3156605	315660519



A.2. Validierung der Ergebnisse

21	316.2959	31629.59	3162959	316295884
22	317.2862	31728.62	3172862	317286195
23	317.7123	31771.23	3177123	317712347
24	318.2109	31821.09	3182109	318210884
25	318.9883	31898.83	3189883	318988309
26	319.8649	31986.49	3198649	319864889
27	320.0846	32008.46	3200846	320084623
28	321.0200	32102.00	3210200	321020008
29	321.5386	32153.86	3215386	321538556
30	321.9251	32192.51	3219251	321925136
31	322.2794	32227.94	3222794	322279416
32	323.1928	32319.28	3231928	323192761
33	323.5542	32355.42	3235542	323554157
34	323.9843	32398.43	3239843	323984259
35	324.4426	32444.26	3244426	324442647
36	324.7940	32479.40	3247940	324794044
37	325.2589	32525.89	3252589	325258944
38	325.7065	32570.65	3257065	325706542
39	326.1480	32614.80	3261480	326148014
40	326.4724	32647.24	3264724	326472366
41	326.7017	32670.17	3267017	326701662
42	327.4040	32740.40	3274040	327403976
43	327.6204	32762.04	3276204	327620386
44	328.0024	32800.24	3280024	328002403
45	328.3495	32834.95	3283495	328349450
46	328.6222	32862.22	3286222	328622165
47	328.9094	32890.94	3289094	328909387
48	328.8782	32887.82	3288782	328878188
49	329.3258	32932.58	3293258	329325815
50	329.8671	32986.71	3298671	329867120

## A. Simulationsergebnisse

51	330.4240	33042.40	3304240	330424009
52	330.6090	33060.90	3306090	330608953
53	330.5623	33056.23	3305623	330562280
54	330.9296	33092.96	3309296	330929570
55	331.4195	33141.95	3314195	331419529
56	331.6946	33169.46	3316946	331694591
57	332.2911	33229.11	3322911	332291074
58	332.2849	33228.49	3322849	332284916
59	332.6376	33263.76	3326376	332637650
60	332.7895	33278.95	3327895	332789543
61	333.1488	33314.88	3331488	333148801
62	333.4927	33349.27	3334927	333492696
63	333.9191	33391.91	3339191	333919072
64	333.7448	33374.48	3337448	333744752
65	334.5215	33452.15	3345215	334521470
66	334.8679	33486.79	3348679	334867884
67	335.3477	33534.77	3353477	335347742
68	335.7641	33576.41	3357641	335764092
69	335.8160	33581.60	3358160	335816003
70	336.2803	33628.03	3362803	336280334
71	336.4509	33645.09	3364509	336450938
72	336.8276	33682.76	3368276	336827635
73	337.3854	33738.54	3373854	337385394
74	337.8711	33787.11	3378711	337871103
75	338.2261	33822.61	3382261	338226093
76	338.7944	33879.44	3387944	338794448
77	339.2631	33926.31	3392631	339263120
78	339.5120	33951.20	3395120	339512047
79	340.2010	34020.10	3402010	340200979
80	341.1908	34119.08	3411908	341190771

A.2. Validierung der Ergebnisse

81	341.8258	34182.58	3418258	341825784
82	342.0230	34202.30	3420230	342022963
83	342.9783	34297.83	3429783	342978288
84	343.0271	34302.71	3430271	343027071
85	344.0290	34402.90	3440290	344029015
86	344.9919	34499.19	3449919	344991857
87	345.7588	34575.88	3457588	345758849
88	347.3214	34732.14	3473214	347321396
89	348.2411	34824.11	3482411	348241054
90	349.4279	34942.79	3494279	349427871
91	350.5012	35050.12	3505012	350501171
92	352.2687	35226.87	3522687	352268671
93	353.5498	35354.98	3535498	353549755
94	355.5576	35555.76	3555576	355557593
95	357.8801	35788.01	3578801	357880145
96	359.8482	35984.82	3598482	359848211
97	363.0589	36305.89	3630589	363058927
98	367.9880	36798.80	3679880	367988043
99	378.2413	37824.13	3782413	378241280

Tabelle A.3.: Geschätzte Anzahl von Simulationen für die jeweilige Länge der Konfidenzintervalle

## B. Grundsteuer in Deutschland

Die Grundsteuer in Deutschland ist eine Jahressteuer. Das heißt, diese ist einmal im Jahr zu zahlen. Die Berechnung der Steuer lässt sich grob in drei Schritten unterteilen. Es gibt zwei Arten von Grundsteuern, die Grundsteuer A und Grundsteuer B. Grundsteuer A ist für den landwirtschaftliche Raum, während Grundsteuer B für den Rest ist.

Zunächst stellt das Finanzamt den Einheitswert des Grundstückes fest. Dies geschieht in der Regel, indem der Eigentümer einen Fragebogen ausfüllt. Eigentlich sollen alle sechs Jahre die Grundstücke neu bewertet werden (§21 BewG). Bei diesen **Hauptfeststellungen** sollen die Wertverhältnisse eines Grundstückes zum Jahresanfang bestimmt werden. Zwischen zweier solcher **Hauptfeststellungen** wird der Einheitswert von der letzten Feststellung herangezogen. Die letzte Hauptfeststellung liegt jedoch schon länger als sechs Jahre zurück, in den alten Bundesländern am 1.1.1964, in den neuen Bundesländern sogar noch zu Vorkriegszeiten (1.1.1935).

Der zweite Schritt ist die Ermittlung des Grundsteuermessbetrags. Dazu wird der Einheitswert mit der Steuermesszahl multipliziert. Diese Steuermesszahl variiert je nach Lage und Nutzung des Grundstückes. So ist die Steuermesszahl in den alten Bundesländern zwischen 2.6 und 3.5‰, in den neuen Bundesländern zwischen 6 und 10 ‰.

Der letzte Schritt ist die Erstellung des Grundsteuerbescheids. Dazu wird der Grundsteuermessbetrag mit einem Hebesatz multipliziert. Der Hebesatz wird von der Gemeinde festgelegt [GW21].

Die Richter des Bundesverfassungsgerichts haben im April 2018 den ers-

ten Schritt bemängelt. Die Berechnung des Einheitswertes ist schon sehr veraltet. Aus diesem Grund wurde der Bund dazu verpflichtet, die Berechnung der Grundsteuer zu reformieren.

Im Grunde bleiben die drei Schritte gleich. Das heißt, als erstes wird das Grundstück bewertet. Dies ist ein komplexer Vorgang, da er auf den Bodenrichtwerten und den statistisch ermittelten Nettokaltmieten aufbaut. Der Vorgang wird in dem Handbuch der Steuerersparnis [GW21] anschaulich beschrieben. Hier wird nicht näher darauf eingegangen.

Eine weitere Änderung betrifft die Steuermesszahl. Diese sinkt für einige Immobilien im Vergleich zur ursprünglichen Version um bis zu 25%.

Die Berechnung des Grundsteuerbescheid bleibt unverändert. Dies bedeutet, dass auch in der neuen Version der Grundsteuer auf den Grundsteuermessbetrag der Hebesatz der Gemeinden multipliziert wird.

Da es aus einigen Bundesländern massive Widerstände gegen den Gesetzesentwurf hatten, wurde es den Ländern freigestellt, eigene Varianten zu entwickeln. Neun Bundesländer haben sich dazu entschlossen, dem Gesetzesentwurf des Bundes anzuschließen, während fünf Länder bereits eigene Gesetze entwickelt haben (Stand November 2021) [Bun21]:

### **Baden-Württemberg**

Das Land Baden-Württemberg hat sich für die Berechnung des Einheitswertes für eine modifizierte Bodenrichtwertsteuer entschieden. Das heißt, dass lediglich die Lage und die Größe des Grundstückes für die Berechnung der Steuer von Bedeutung ist.

### **Bayern**

Die Bayern planen einen auf den Äquivalenzgedanken gestütztes Modell. Auch hier stützt sich die Berechnung im Wesentlichen auf zwei Größen. Hier sind es die Grundstücks- und Gebäudefläche, sowie wertunabhängige

## *B. Grundsteuer in Deutschland*

Äquivalenzzahlen. Die Flächen werden mit der jeweiligen Äquivalenzzahl multipliziert, das ist dann der Einheitswert.

### **Hamburg**

Die Stadt Hamburg hat sich für ein Äquivalenzmodell mit Wohnlagenberücksichtigung entschieden. Hierfür werden Grundstücks- und Wohn- sowie Nutzfläche mit einer Äquivalenzzahl multipliziert und zu einen Äquivalenzbetrag dargestellt. Dieser Betrag ist die Grundlage für den Messbetrag.

### **Hessen**

Hessen hat ein eigenes Modell entwickelt, das sogenannte Flächen-Faktor-Modell. Auch das hessische Modell knüpft an die Flächen des Grunds und Bodens, sowie die Wohn- und Nutzflächen. Auch hier wird eine Art Äquivalenzprinzip durchgeführt. Anders als in den Modellen in Hamburg und Bayern wird aber ein Faktor hinzugezogen. Dieser Faktor richtet sich nach den Bodenrichtwert des Grundstückes im Verhältnis zum durchschnittlichen Bodenrichtwert der Gemeinde. Auf den so entstandenen Wert wird nochmals ein Exponent in Höhe von 0.3 angewendet.

### **Niedersachsen**

Niedersachsen hat sich für ein Modell entschieden, dass dem bayrischen sehr ähnelt. So wird das bayrische Modell genommen und um eine Lage-Komponente erweitert. Diese Lage-Komponente ist ähnlich der des hessischen Modells. Diese Komponente ist ein Verhältnis von dem Bodenrichtwert des Grundstückes zu dem durchschnittlichen Bodenrichtwert innerhalb der Gemeinde. Diese Komponente wird anschließend mit dem Äquivalenzbetrag multipliziert.

# Literaturverzeichnis

- [AFG<sup>+</sup>14] Rob Axtell, James D. Farmer, John Geanakoplos, Peter Howitt, Ernesto Carrella, Ben Conlee, Jon Goldstein, Matthew Hendrey, Philip Kalikman, David Masad, Nathan Palmer, and Chun-Yi Yang. An Agent-Based model of the Housing Market Bubble in Metropolitan Washington, D.C. Online unter der URL: <https://www.bundesbank.de/resource/blob/636008/377425ff331113962732b00c0a922351/mL/2014-06-05-eltville-10-axtell-data.pdf>, Mai 2014.
- [Bac11] Nicolas Bacaër. *Lotka, Volterra and the predator-prey system (1920–1926)*, pages 71–76. Springer London, London, 2011. ISBN: 978-0-85729-115-8.
- [Ban18] Sven Banisch. *Markov chain aggregation for agent-based models*. SPRINGER, 2018. ISBN: 978-3-319-24877-6.
- [BB02] Günther Bamberg and Franz Baur. *Statistik*. Oldenbourg, 2002. ISBN: 3-486-27218-7.
- [BFH<sup>+</sup>16] Rafa Baptista, James D. Farmer, Marc Hinterschweiger, Daniel Low, Katie Tang, and Arzu Uluc. Macroprudential policy in an Agent-Based Model of the UK housing market. Bank of England - Staff Working Paper No. 619, Oktober 2016.
- [Bun18a] Bundesfinanzministerium. Reform der Grundsteuer. Online unter der URL: <https://www.bundesfinanzministerium>

.de/Content/DE/Standardartikel/Themen/Steuern/  
Steuerarten/Grundsteuer-und-Grunderwerbsteuer/reform-  
-der-grundsteuer.html, April 2018. lastchecked: 18.05.2022.

- [Bun18b] Bundesverfassungsgericht. Urteil des Ersten Senats vom 10. April 2018. Online unter der URL: <https://www.bundesverfassungsgericht.de/SharedDocs/Pressemitteilungen/DE/2018/bvg18-021.html>, April 2018. lastchecked: 18.05.2022.
- [Bun18c] Bundeszentrale für politische Bildung. Urteil des Bundesverfassungsgerichts zur Grundsteuer: BPB. Online unter der URL: <https://www.bpb.de/politik/hintergrund-aktuell/267435/urteil-des-bundesverfassungsgerichts-zur-grundsteuer>, April 2018. lastchecked: 20.12.2021.
- [Bun21] Bundesministerium Finanzen. Überblick zur Grundsteuerreform - Wie die Länder das neue Grundsteuerrecht umsetzen. Monatsbericht des BMF, Bundesministerium Finanzen, November 2021.
- [Bun22] Bundesfinanzministerium. Die neue Grundsteuer – Fragen und Antworten. Online unter der URL: <https://www.bundesfinanzministerium.de/Content/DE/FAQ/2019-06-21-faq-die-neue-grundsteuer.html>, April 2022. lastchecked: 12.06.2022.
- [Bunnd] Bundesbank. Makroprudenzielle Maßnahmen. Online unter der URL: <https://www.bundesbank.de/de/aufgaben/bankenaufsicht/einzelaspekte/makroprudenzielle-massnahmen/makroprudenzielle-massnahmen-598540>, n.d. lastchecked: 12.06.2022.



- [Cas06] Filippo Castiglione. Agent based modeling. Online unter der URL: [http://www.scholarpedia.org/article/Agent\\_based\\_modeling](http://www.scholarpedia.org/article/Agent_based_modeling), September 2006. last checked: 19.10.2021.
- [CdW09] Maria Chli and Philippe de Wilde. *Convergence and Knowledge Processing in Multi-Agent Systems*. Springer London Ltd, März 2009. ISBN: 978-1-84882-062-3.
- [CT20] Adrian Carro and Daniel Tang. Agent-Based Model of the UK Housing Market. Online unter der URL: <https://github.com/INET-Complexity/housing-model>, März 2020. lastchecked: 27.12.2021.
- [FF09] James D. Farmer and Duncan Foley. The economy needs agent-based modelling. Online unter der URL: <https://www.nature.com/articles/460685a>, August 2009. last checked: 13.06.2022.
- [GHS09] Nigel Gilbert, John Hawksworth, and Paul Swinney. An agent-based model of the english housing market. pages 30–35, Januar 2009.
- [Gro18] Dr. Klaus-Martin Groth. Grundsteuerreform und soziales Mietrecht. Online unter der URL: [http://www.grundsteuerreform.net/wp-content/uploads/2018/09/180827\\_GGSC.pdf](http://www.grundsteuerreform.net/wp-content/uploads/2018/09/180827_GGSC.pdf), September 2018. lastchecked: 18.05.2022.
- [Gro21] Linda Grotholt. Kann die „Bodenwertsteuer“ für bezahlbaren Wohnraum sorgen? [https://www.sr.de/sr/sr2/themen/politik/20210202\\_wgds\\_bodenwertsteuer\\_plaedoyer\\_dirk\\_loehr\\_100.html](https://www.sr.de/sr/sr2/themen/politik/20210202_wgds_bodenwertsteuer_plaedoyer_dirk_loehr_100.html), Februar 2021. lastchecked: 18.11.2021.
- [GW21] Dr. Bernd Christian Grimm and Dr. Dieter Weber. *Der Steuerberater - Das Handbuch der Steuerersparnis*, chapter 8: Haus- und

- Grundbesitz. Wolters Kluwer, Januar 2021. section Grundsteuer auf Immobilienbesitz.
- [Hei20] Dietrich Heißenbüttel. Das Ländle als Blaupause? Online unter der URL: <https://www.kontextwochenzeitung.de/politik/474/dirk-loehr-6705.html>, April 2020. lastchecked: 20.12.2021.
- [HI05] Manfred J. Holler and Gerhard Illing. *Einführung in die Spieltheorie*. Springer Berlin, August 2005. ISBN: 978-3-540-27880-1.
- [Immnd] ImmoNetzwerk GmbH. Bodenrichtwerte für Baden-Württemberg - Analyse der Grundstückspreise in Baden-Württemberg. Online unter der URL: <https://www.borisportal.de/bodenrichtwert/baden-wuerttemberg>, n.d.
- [Kit16] Florian Kitzler. Analyse von agentenbasierten Modellen mithilfe von Markovketten. Diplomarbeit, TU Wien, 2016.
- [Kol08] Prof. Dr. Michael Kolonko. *Stochastische Simulation - Grundlagen, Algorithmen und Anwendungen*. Vieweg & Teubner, 2008. ISBN: 978-3-8351-0217-0.
- [Lan21] Landesamt für Geoinformation und Landentwicklung Baden-Württemberg. BORIS-BW. Online unter der URL: <https://www.gutachterausschuesse-bw.de/borisbw/?lang=de>, Oktober 2021. lastchecked: 12.06.2022.
- [Lö08] Dirk Löhr. Flächenhaushaltspolitische Varianten einer Grundsteuerreform. *Wirtschaftsdienst*, 88(2):121–129, 2008.
- [Min20] Ministerium für Finanzen Baden-Württemberg. Fragen und Antworten zur Neuen Grundsteuer. online unter der URL: <https://fm.baden-wuerttemberg.de/de/haushalt-finanzen/grundsteuer/>, November 2020.

- [MN05] C.M. Macal and M.J. North. Tutorial on Agent-Based Modeling and Simulation. In *Proceedings of the Winter Simulation Conference, 2005.*, pages 14 pp.–, 2005. 10.1109/WSC.2005.1574234.
- [Rei08] Reinhard C. Laubenbacher ,Abdul S. Jarrah, Henning S. Mortveit und S. S. Ravi. A mathematical formalism for agent-based modeling. *ArXiv*, abs/0801.0249, 2008.
- [San07] Werner Sandmann. Modellierung und Analyse - Kapitel 4 Markovketten. Online unter der URL: [https://www.uni-bamberg.de/fileadmin/uni/fakultaeten/wiai\\_lehrstuehle/informatik\\_ktr/Dateien/MAKV-WS07-08/makv07-4Markovketten.pdf](https://www.uni-bamberg.de/fileadmin/uni/fakultaeten/wiai_lehrstuehle/informatik_ktr/Dateien/MAKV-WS07-08/makv07-4Markovketten.pdf), 2007. last checked: 19.10.2021.
- [SF22] Felix Skarke and Lukas Fink. Wahl der Modellklasse: Lineare Regression, Logit Modell etc.. <https://wikis.fu-berlin.de/pages/viewpage.action?pageId=735543500>, 2022.
- [Sta20] Statistisches Landesamt Baden-Württemberg, 2021. Grund- und Gewerbesteuerhebesätze der Gemeinden seit 2015. Online unter der URL: <https://www.statistik-bw.de/FinSteuern/Steuern/Hebesatz-GE.jsp>, Dezember 2020.
- [SW15] James H. Stock and Mark W. Watson. *Introduction to Econometrics*. Pearson Series in Economics, 2015. ISBN : 978-0-13-348687-2.
- [Tot21] Jose Karlo Mari Tottoc. 20 Best Countries to Invest in Real Estate in 2021. Online unter der URL: <https://finance.yahoo.com/news/20-best-countries-invest-real-140135070.html>, Juli 2021. lastchecked: 18.05.2022.
- [WS12] Karl-Heinz Waldmann and Ulrike M. Stocker. *Stochastische Modelle*. Springer Berlin, Juni 2012. ISBN: 978-3-642-32911-1.